Experimentelle Untersuchung der Bremsstrahlung dicker Targets in 0^{o} - Richtung für die Elektronenenergien 0,2, 0,4, 0,6 und 0,8 MeV

Inaugural - Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität

Berlin

vorgelegt von

Riaz Ahmad Hashmi

aus Delhi

1965

Druck:

ERNST-REUTER-GESELLSCHAFT
der Förderer und Freunde der Freien Universität Berlin e.V.

DISSERTATIONS-DRUCKSTELLE

1 Berlin 33, Garystr. 45

Experimentelle Untersuchung der Bremsstrahlung dicker Targets in 0^{o} - Richtung für die Elektronenenergien 0,2, 0,4, 0,6 und 0,8 MeV

Inaugural - Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Freien Universität

Berlin

vorgelegt von

Riaz Ahmad Hashmi

aus Delhi

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Lassen
2. Gutachter: Prof. Dr. W. Hink
Tag der mündlichen Prüfung: 25.2.1965
Tag der Promotion: 31. Juli 1965

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Versuchsanordnung 5

2.1 Die Spannungsquelle 5
2.2 Das Szintillationsspektrometer 5

3. Die spektrale Analyse mit dem Szintillationsspektrometer 7

3.1 Allgemeines über die Szintillationsspektrometrie 7
3.2 Experimentelle Bestimmung der Anregungsfunktion 8
3.3 Theoretische Bestimmung der Anregungsfunktion 9
3.4 Halbempirische Bestimmung der Anregungsfunktion 10
3.5 Die in dieser Arbeit verwendete Methode 10
3.6 Übergang zur Matrizengleichung 13

4. Messungen 15

4.1 Allgemeines über die Meßapparatur 15
4.2 Messungen zur Bestimmung der Anregungsfunktion 18
4.3 Messung der Spektralverteilung der Bremsstrahlung 23

5. Die Entfaltung der Impulshöhenspektren 27

5.1 Berechnung der Ansprechmatrix 27
5.2 Lösung der Matrizengleichung 31

6. Ergebnisse der Messungen 36

7. Fehlerbetrachtung 45

8. Zusammenfassung 47

9. Literaturangaben 48

10. Anhang: Die Ansprechmatrix

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547201_0017

1. Einleitung

Alle bisherigen Theorien über die Elementarprozesse der Bremsstrahlung beschäftigen sich hauptsächlich mit dem dünnen Target. Man berechnet die erwartete Strahlung von einem sehr gut kollimierten monoenergetischen Elektronenstrahl während seines Weges durch ein sehr dünnes Target. Es dürfen keine Energieverluste von Elektronen durch Ionisation stattfinden, die Elektronen keine elastische Streuung erleiden und keine sekundären Wechselwirkungen stattfinden.

Eine ausführliche Behandlung der Bremsstrahlungstheorien für den relativistischen und extrem-relativistischen Energiebereich findet sich bei KOCH und MOTZ [1]. Die Elementarprozesse der Bremsstrahlung, erzeugt auf einem Target, wenn Elektronen extrem-relativistischer Energien im Target gebremst werden. wurden theoretisch ausführlich untersucht [2, 3]. Für relativistische und nicht-relativistische Elektronenenergien wurden die Theorien der Bremsstrahlung, außer der von SOMMERFELD, alle nach der Bornschen Näherung durchgeführt [4 - 13]. Die Berechnungen nach der Bornschen Näherung verlieren an Bedeutung, wenn die Ordnungszahl des Targetmaterials zunimmt, wenn die kinetische Energie der Elektronen abnimmt und wenn die Photonenenergie sich der Grenzenergie annähert (d.h. $2\pi Z/137\ \beta_0 << 1$ und $2\pi Z/137\ \beta << 1$ mit $\beta_0 = v_0/c$ und $\beta = v/c$, wobei v_0 und v die Geschwindigkeiten der Elektronen vor bzw. nach der Wechselwirkung sind).

Auf Grund der Tatsache, daß Spektren dünner Targets sich theoretisch leicht berechnen lassen und sich damit eine Möglichkeit zum Vergleich mit gemessenen Spektren bietet, wurden im niederenergetischen Bereich (bis etwa 150 keV) Messungen mit dünnen Targets durchgeführt. Diese Arbeiten wurden hauptsächlich von KULENKAMPFF und seinen Mitarbeitern durchgeführt. Ältere Arbeiten auf diesem Gebiet findet man im Handbuch der Physik Bd. 30. Obwohl sich

die obengenannten Bedingungen für dünne Targets experimentell nicht realisieren lassen, zeigten jedoch diese Messungen, die diese Bedingungen nur näherungsweise erfüllen, eine gute Übereinstimmung mit der Theorie dünner Targets (d.h. $I_\nu d_\nu$ = konst). In einigen späteren Arbeiten (bis 200 keV) auch von KULENKAMPFF und Mitarbeitern, wird die spektrale Verteilung mit der Sommerfeld-Theorie verglichen [13 - 17].

In dem Energiebereich, in dem die kinetische Energie der Elektronen etwa der Elektronenruheenergie entspricht, ist der Vergleich zwischen Experiment und Theorie bis jetzt noch nicht gelungen. Hier ist die Bornsche Näherung sehr fraglich, besonders für größere Z, und die Sommerfeld-Theorie gilt nur in dem nicht-relativistischen Energiebereich. Im Jahre 1955 hat MOTZ [18] die Bremsstrahlungswirkungsquerschnitte, differentiell in Photonenenergie und Winkel, für dünne Targets aus Be, Al und Au für die Elektronenenergien 0,5 und 1 MeV bei verschiedenen Winkeln gemessen. Die Ergebnisse seiner Messungen zeigen, daß in diesem Energiebereich die nach der Bethe-Heitler-Sauter-Theorie berechneten und mit einem Korrekturfaktor von ELWERT [19] versehenen Werte tiefer liegen, als die Meßwerte. Außerdem zeigen diese Ergebnisse, daß der Unterschied zwischen Theorie und Experiment mit Zunahme der Photonenenergie, der Photonenwinkel und der Ordnungszahl größer wird.

In den meisten praktischen Fällen hat man jedoch dicke Targets vorliegen (Röntgenröhre und Beschleuniger). Es liegt nahe, daß die Spektralverteilung eines dicken Targets durch die Summation der Verteilungen von dünnen Targets für verschiedene Elektronenenergien erhalten werden kann. Eine numerische Integration der Spektren dünner Targets soll die Verteilung für dicke Targets ergeben.

KULENKAMPFF [20] stellte für dicke Targets im Jahre 1922

seine korrigierten Spektren für 7 - 12 keV Elektronenenergie durch eine lineare Funktion von $(\nu_o - \nu)$ dar, wobei ν_o die Frequenz an der Duane-Hunt-Grenze ist, ν kann irgend einen Wert zwischen 0 und ν_o annehmen.

Ein Jahr später veröffentlichte KRAMERS [21] seine halbklassische Theorie für die Bremsstrahlung eines dicken Targets. Ausgehend von der klassischen Ableitung für die Spektralverteilung der emittierten Energie eines Elektrons im Coulombfeld eines Kerns, berechnete er eine Formel für die Intensität der Bremsstrahlung. Die Formel war identisch mit der von KULENKAMPFF experimentell gefundenen Formel. Bei der Ableitung wurden die Streueffekte des Elektrons vernachlässigt.

EDELSACK, KREGER, MALLET und SCOFIELD [22] haben die 0^o-Bremsstrahlungsverteilung, erzeugt auf dicken Targets aus Polystyrene, Aluminium, Kupfer, Silber und Gold bei Elektronenenergien von 1,0; 1,5 und 2,0 MeV untersucht. Die für die Absorption der Photonen im Target nicht korrigierten Meßergebnisse wurden mit der Kramers-Theorie für dicke Targets verglichen.

In der vorliegenden Arbeit wurde die spektrale Verteilung von Bremsstrahlung in der 0^o-Richtung untersucht. Die kinetische Energie der die Bremsstrahlung erzeugenden Elektronen betrug 0,2; 0,4; 0,6 und 0,8 MeV. Um die Abhängigkeit der Bremsstrahlungsverteilung von der Ordnungszahl Z des Antikathodenmaterials über einen großen Bereich von Z zu untersuchen, wurden Be (Z = 4), Al (Z = 13), Cu (Z = 29), Ag (Z = 47) und Au (Z = 79) als Targets gewählt. Die Dicke des Targets war gleich der Grenzdicke der monoenergetischen Elektronen in dem betreffenden Target.

Die erzeugte Bremsstrahlung wurde nach einer guten Kollimation mit einem Szintillationsspektrometer gemessen. Das Spektrometer bestand aus einem NaJ(Tl)-Kristall und einem Mehrkanal-Analysator.

Die gemessene Impulshöhenverteilung für kontinuierliche Spektren wurde mit Hilfe einer Ansprechmatrix, die halbempirisch berechnet wurde, entfaltet. An dem durch Entfaltung gewonnenen Photonenspektrum wurden Korrekturen angebracht, z.B. für die Absorption der Photonen in Luft, die Absorption in der Al-Hülle des NaJ(Tl)-Kristalls und Absorption im Target selbst.

2. Versuchsanordnung

2.1 Die Spannungsquelle

Quelle der monoenergetischen Elektronen war ein van de Graaff-Generator. Die Elektronen konnten bis auf 1 MeV beschleunigt werden. Nach der Beschleunigung wurden die Elektronen um 90° abgelenkt. Die abgelenkten Elektronen trafen nach Durchlaufen einer Fokussierungslinse auf die Antikathode, die sich in einem Glaskolben befand. Mit einer für den Primärstrahl durchbohrten Halbkugel aus Aluminium wurden die rückgestreuten Elektronen gefangen. Durch die Größe der Öffnung in der Al-Halbkugel betrug der Durchmesser des Elektronenstrahls maximal 2 mm. Die Fläche der Al-Halbkugel war mit Leuchtstoff belegt, so daß die Umgebung der Öffnung aufleuchtete, wenn der Elektronenstrahl nicht frei durch sie hindurchtrat. Die Energie der Elektronen konnte nach der Elektronenbeugungsmethode bestimmt werden. Eine ausführliche Beschreibung des van de Graaff-Generators befindet sich in der Dissertation von Herrn Jakschik [23].

2.2 Das Szintillations-Spektrometer

Die auf dem Target erzeugte Bremsstrahlung wurde, wie in Abb. 1 gezeigt, durch Bleiblenden kollimiert und mit einem Szintillations-Spektrometer nachgewiesen. Um die Sekundär-

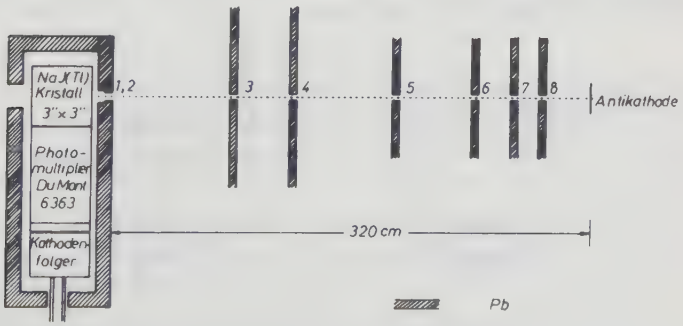

Abb. 1 Geometrie der Versuchsanordnung
1-8 Pb Blenden je 5 cm dick. Blende 1 von ∅ 0,8 cm, 2 von ∅ 0,6 cm und 3-8 je ∅ 0,4 cm.

effekte der Bleiblenden zu eliminieren, wurde die Innenwand der zylindrischen Bleiblenden konzentrisch mit einem Al-Zylinder und einem Cu-Zylinder versehen. Die Bedingung für einen eng kollimierten Strahl war erfüllt, da die Strahldivergenz nicht größer als ca. 10' betrug. Der Detektor bestand aus einem zylinderförmigen NaJ(Tl)-Kristall von 3 inch Durchmesser und 3 inch Höhe der Firma Harshaw. Mit Silikonöl wurde er mit dem DuMont-6363 Photomultiplier optisch verbunden. Der Photomultiplier war mit Mu-Metall umgeben und befand sich zusammen mit einem Kathodenverstärker in einem zylinderförmigen Eisengehäuse. Der Kristall, der Photomultiplier und der Kathodenverstärker waren durch 10 cm dicke Bleiwände nach allen Richtungen abgeschirmt. Um zu vermeiden, daß der Photonenstrahl auf die Bleiblenden trifft, wurde eine konusförmige Geometrie verwendet, d.h. die innere Wand des Bleigehäuses hatte eine Öffnung von 0,8 cm Ø und 5 cm Länge; die äußere Wand des Bleigehäuses hatte eine Öffnung von 0,6 cm Ø und ebenfalls 5 cm Länge. Durch eine weitere Öffnung in der Bleiabschirmung konnte der den Kristall verlassende Strahl hindurchtreten, ohne auf Blei der Abschirmung zu treffen. Der Aufbau der Target-Detektor-Geometrie ist etwa 2/10 mm genau. Er wurde mit einem Theodoliten justiert und danach optisch kontrolliert. Die Impulse am Ausgang des Kathodenverstärkers von mV-Höhe wurden mit einem Nonoverloading Fairstein Verstärker der Firma Nuclear Enterprise bis auf 50 V verstärkt und in einem Mehrkanal-Analysator (70/100) nachgewiesen. Die Abb. 2 zeigt das Blockdiagramm des apparativen Aufbaus.

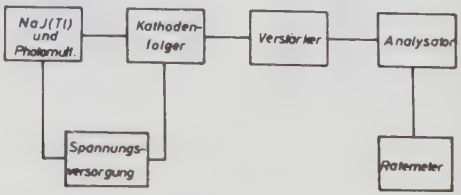

Abb. 2 Blockdiagramm des apparativen Aufbaus

3. Die spektrale Analyse mit dem Szintillations-Spektrometer

3.1 Allgemeines über die Szintillations-Spektrometrie

Das grundlegende Prinzip eines Szintillations-Spektrometers ist die Abgabe der Energie eines Teilchens in einem bestimmten Szintillationskristall und Umwandlung dieser Energie in einen Lichtblitz, dessen mittlere Größe eine Aussage über die einfallende Energie macht. Die Absorption von Gammastrahlen unterhalb 1 MeV in einem NaJ-Kristall geschieht durch zwei Prozesse: photoelektrische Absorption und Comptonstreuung. Die photoelektrische Absorption, die in dem hier interessierenden Energiebereich den Hauptanteil bildet, ist eine Wechselwirkung zwischen einem Photon und einem J-Atom des NaJ-Kristalls, da das J-Atom ein höheres Z hat als das Na-Atom und die Wahrscheinlichkeit für einen photoelektrischen Effekt mit wachsendem Z zunimmt. Die Energie des einfallenden Teilchens wird aufgeteilt zwischen einem Elektron und einem J-Atom, das ionisiert wird. Das ionisierte Atom nimmt wieder seinen Grundzustand ein unter Aussendung einer charakteristischen Strahlung oder eines Auger-Elektrons oder beidem. Werden die Photoelektronen und die charakteristische Strahlung im Kristall absorbiert, wird im Kristall ein Lichtblitz erzeugt, dessen mittlere Größe eindeutig der einfallenden Energie zugeordnet ist. Diese Totalabsorption eines einfallenden Photons wird als Totalabsorptionspeak gemessen. Aber es ist möglich, daß wegen der Randeffekte und durch die endliche Größe des Kristalls einige Photoelektronen den Kristall verlassen, so daß die Photonen als ein Kontinuum von Energie 0 bis E_{max} gemessen werden.

Wenn die einfallenden Photonen mit den freien Elektronen im Kristall in Wechselwirkung treten, wird ein Compton-Elektron und das gestreute Photon gebildet. Die gestreuten Photonen der Energie E_{Ph} können den Kristall verlassen. In diesem Fall wird eine Energie $E_{max} - E_{Ph}$ registriert. Wird jedoch das Photon auch im Kristall absorbiert, mißt man solche Compton-Effekte im Totalabsorptionspeak.

Die Impulshöhenverteilung, erzeugt von Photonen, die nach photoelektrischem Effekt einen Teil ihrer Energie im Kristall

abliefern, kann von der Impulshöhenverteilung, verursacht durch die Compton-Effekte, die einen Teil der Energie im Kristall abgeben, experimentell nicht unterschieden werden.

Aus dem eben Beschriebenen folgt, daß die Impulshöhenverteilung der monoenergetischen Photonen aus einem Totalabsorptionspeak, einem Photoelektronen-Kontinuum, überlagert mit einem Compton-Kontinuum, besteht. Die Impulshöhenverteilungen der monoenergetischen Photonen sind charakteristisch für ein bestimmtes Spektrometer und werden in der Literatur als Anregungsfunktion oder "response-function" eines Spektrometers bezeichnet.

Wenn ein kontinuierliches Photonenspektrum N(E) auf einen Szintillator fällt, erhält man am Ausgang des Photomultipliers eine Impulshöhenverteilung P(ε). Ist N(E)dE, die Zahl der Photonen im Energieintervall E und E + dE und P(ε)dε, die Zahl der Impulse im Impulshöhenintervall ε und ε + dε, werden die Verteilungen N(E), das wahre Photonenspektrum und P(ε), das gemessene Impulshöhenspektrum, durch die Gleichung

$$P(\varepsilon)\cdot d\varepsilon = d\varepsilon \cdot \int_0^{E_{max.}} K(E,\varepsilon)\cdot N(E)\cdot dE \qquad (1)$$

verknüpft [24].

Hier bedeutet E_{max} die maximale Photonenenergie, und $K(E,\varepsilon)$ ist die Anregungsfunktion des Spektrometers für die Photonenenergie E. Wird die Gleichung für N(E) aufgelöst, müssen $K(E,\varepsilon)$ und P(ε) bekannt sein. Die Anregungsfunktion kann man auf verschiedene Weise, sowohl experimentell als auch theoretisch, ermitteln.

3.2 Experimentelle Bestimmung der Anregungsfunktion

Die experimentelle Bestimmung der Anregungsfunktion besteht im Messen der Impulshöhenverteilung für monoenergetische Gammastrahlen verfügbarer Energien. Weil nicht viel Gammastrahl-Energien mit gleichen Energieabständen zur Verfügung stehen, muß das gemessene Impulshöhenspektrum für monoenergetische Gammastrahlen zwischen den bekannten Energien interpoliert werden. In der Literatur findet man viele Versuche bezüglich der Interpolation [25 - 28]. Aber die Genauigkeit

dieser Interpolationsmethoden ist beschränkt durch die Streuprozesse im Kollimator, Photomultiplier und Umgebung des Detektors, Probleme, die im einzelnen bei MAEDER, MÜLLER und WINTERSTEIGER [29] und LIDEN und STARFELT [30] ausführlich behandelt wurden.

3.3 Theoretische Bestimmung der Anregungsfunktion

In den letzten Jahren hat eine Zahl von Autoren die Monte-Carlo-Methode benutzt, um die Anregungsfunktion zu berechnen [31 - 36]. BERGER und DOGGETT [31] berechneten die Anregungsfunktion mit der Monte-Carlo-Methode für Photonen mit Energien von 0,279 - 4,45 MeV. Sie vernachlässigten die escape-Elektronen und korrigierten nachträglich die berechneten Werte für die Verluste der Vernichtungsstrahlung und Bremsstrahlung von dem Kristall. Ihre Berechnung ist die erste auf diesem Gebiet. BERGER und DOGGETT haben in ihrer Berechnungsmethode ein Photon bekannter Energie von einem Ort der Kristalloberfläche in einer bestimmten Richtung laufen lassen. Den Ort der ersten Wechselwirkung erhält man durch die Annahme, daß sich das Photon in einem unendlich großen streuenden Medium bewegt. Die Entfernung bis zum Punkt der Wechselwirkung ist exponentiell verteilt, wobei der Verteilungsmittelwert invers zum totalen, linearen Absorptionskoeffizienten ist. Findet die Wechselwirkung außerhalb des Kristalls statt, wird das Photon so registriert, als ob keine Wechselwirkung stattgefunden hätte, und ein neues Photon startet. Wenn die Wechselwirkung innerhalb des Kristalls stattfindet, wird durch "random sampling" bestimmt, ob es ein Absorptions- oder Comptonstreuungs-Prozeß ist, denn die (relative) Wahrscheinlichkeit dafür ist den zugehörigen Wirkungsquerschnitten proportional. Im Fall der Absorption ist der Lebenslauf des Photons beendet. Im Fall der Comptonstreuung wird die neue Energie und Richtung des Photons nach der Wechselwirkung nach der Klein-Nishina-Formel berücksichtigt und das Verfahren in analoger Weise fortgesetzt, bis das Photon eine Energie, kleiner als 0,05 MeV, hat oder den Kristall verlassen hat. In den neueren Arbeiten der Monte-Carlo-Berechnungen wurden Verbesserungen der Methode von BERGER und DOGGETT durchgeführt [32]; z.B. haben

ZERBY und MORAN usw. die Bremsstrahlungseffekte im Kristall und die Verluste durch Vernichtungsstrahlung berücksichtigt. Außerdem haben sie den Lebenslauf des Photons bis auf 0,005 MeV verfolgt.

3.4 Halbempirische Bestimmung der Anregungsfunktion

Die Anregungsfunktion wurde von MAEDER, MÜLLER und WINTERSTEIGER [29] analytisch für Energien unterhalb von 1 MeV und für einen zylindrischen Kristall vorausberechnet. Sie stellten alle Möglichkeiten von Energieverlusten des Kristalls in Rechnung und zeigten eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Werten von $K(E,\varepsilon)$. Außer MAEDER usw. existieren noch einige Arbeiten [37 - 39], in denen für die Bestimmung der Anregungsfunktion einige Annahmen gemacht wurden, z.B. haben GRIFFITHS, LIDEN und STARFELT, MOTZ, BEACH und FAUST die Comptonverteilung als eine Konstante genommen und die Feinheiten der Verteilung vernachlässigt. Eine ausführliche Behandlung für die Bestimmung der Anregungsfunktion ist von STARFELT [24] gegeben worden. In der Literatur wird noch eine halbempirische Methode für größere Energien gegeben [40 und 41]. Hier mißt man die Ansprechfunktion des Kristalls für monoenergetische Elektronen. Von diesen Messungen schließt man auf die Ansprechfunktion von monoenergetischen Gammastrahlen.

3.5 Die in dieser Arbeit verwendete Methode

In der vorliegenden Arbeit wurde auch eine halbempirische Methode verwendet, die an die Arbeit von KOCH und WYCKOFF [40] anschließt, jedoch im Gegensatz zu KOCH und WYCKOFF die Information für die Aufstellung der analytischen Form der Anregungsfunktion ausschließlich von der Messung genügend vieler Spektren für monoenergetische Gammastrahlen nimmt. Es wurden der Photoeffekt und die Comptonstreuung berücksichtigt. Die Rayleighstreuung wurde vernachlässigt, weil die Photonen hauptsächlich in der Vorwärtsrichtung ohne Energieverluste gestreut werden. Die Abwesenheit der Energieverluste ist eine gute Annahme, da die Energieaufnahme der Rückstoßatome sehr gering ist. Nach BERGER und DOGGETT [31] kann die Anregungsfunktion der Gleichung (1)

in folgender Weise geschrieben werden:

$$K(E,\varepsilon) = \int_0^E Y(E)\ [R(E,E') + p(E')\ \delta(E-E')]\ g(E',\varepsilon)dE'. \quad (2)$$

Hier ist

$$Y(E) = [1 - \exp(-\mu(E)\ L)] \quad (3)$$

die "efficiency", d.h. die Nachweisempfindlichkeit des Kristalls für einen gut kollimierten Strahl. Es ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein auffallendes Photon der Energie E mindestens eine Wechselwirkung im Kristall hat (photoelektrischer Effekt oder Comptoneffekt).

$R(E,E')dE'$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein wechselwirkendes Photon aus dem Kristall nach einer oder mehrfacher Comptonstreuung im Kristall austritt und eine Energie zwischen E' und E' + dE' im Kristall hinterläßt.

Die Funktion $p(E')$ gibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein wechselwirkendes Photon im Kristall absorbiert wird (nach dem photoelektrischen Effekt oder als Ergebnis der mehrfachen Comptonstreuung), während die δ-Funktion $\delta(E-E')$ betont, daß die gesamte Energie E dem Kristall in einem einmaligen Prozeß gegeben und als ein Totalabsorptionsprozeß gemessen worden ist.

Die Funktion $g(E',\varepsilon)dE'$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß nach Abgabe der Energie E' an den Kristall der entstandene Lichtblitz nach einer Verstärkung durch den anschließenden Photomultiplier als scheinbare Energie (Impulshöhe) zwischen ε und $\varepsilon + d\varepsilon$ nachgewiesen wird. Die Gleichung (2) kann wie folgt umgeschrieben werden:

$$K(E,\varepsilon) = \Big[\int_0^E R(E,E')\ \ g(E',\varepsilon)\ dE' + \int_0^E p(E')\ \delta(E-E')\ \ g(E',\varepsilon)dE' \Big]\ Y(E)\ . \quad (4)$$

Gleichung (4) kann auf Grund der Eigenschaften der δ-Funktion in die Form (5) gebracht werden

$$K(E,\varepsilon) = Y(E)\left[\int_0^{\varepsilon} R(E,E')\, g(E',\varepsilon)\, dE' + p(E)\, g(E,\varepsilon)\right] . \qquad (5)$$

Die hier vorkommende Funktion $g(E,\varepsilon)$ ist eine Gaußfunktion, wie die Experimente gezeigt haben, die durch den folgenden Ausdruck dargestellt werden kann:

$$g(E,\varepsilon) = (2\pi\ \alpha\ E)^{-1/2} \exp\left[-\frac{(E-\varepsilon)^2}{2\alpha E}\right] . \qquad (6)$$

Hier ist α eine Funktion der Energie und abhängig von dem Kristall-Photomultiplier-System. Die Funktion $\alpha(E)$ erhält man von der Auflösung des Spektrometers R(E) durch die folgende Beziehung:

$$R(E) = 2\left[\frac{\alpha(E)\ 2\ \ln 2}{\bar{\varepsilon}}\right]^{1/2}$$

Da wir nur Photoeffekt und Comptoneffekt behandeln, muß die Normierung beachtet werden.

$$\int_0^{\varepsilon} dE' \quad R(E,E') + p(E) = 1 . \qquad (7)$$

KOCH und WYCKOFF [40] zeigten eine ausgezeichnete Ähnlichkeit der Comptonverteilung für einfache und mehrfache Wechselwirkung für die gleiche Photonenenergie. Die Funktion R(E,E') wurde deshalb durch die Klein-Nishina-Formel für Comptonelektronen ausgedrückt, die die Elektronenverteilung für einfache Wechselwirkung beschreibt.

In unserem Falle wurden die Funktionen p(E), Photoanteil und Auflösung R(E) als Funktionen der Photonenenergien experimentell bestimmt. Der Photoanteil wurde durch die Gleichung

$$p^*(E) = \frac{\tau(E)}{u(E)} \qquad (8)$$

beschrieben [31]. Diese Gleichung stellt ein Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für photoelektrischen Effekt zur Totalabsorption dar. Will man aber hier die Comptonprozesse, die nach Mehrfachstreuung im Totalabsorptionspeak gemessen worden sind, berücksichtigen, muß man die Gleichung (8) in folgender Weise korrigieren:

$$p(E) = \frac{\tau(E) + b(E)\,\sigma(E)}{u(E)} . \qquad (9)$$

Dieser Bruchteil der Comptonprozesse muß aber von der Comptonverteilung abgezogen werden.

$$R(E,E') = \frac{1 - b(E)}{\mu(E)} \frac{\pi r_o^2}{m_o c^2} \left(\frac{m_o c^2}{E}\right)^2 \left[\frac{E}{E - E'} - \frac{E'}{E} + \frac{[E^2 - E'(m_o c^2 + E)]^2}{E^2 (E - E')^2}\right] \qquad (10)$$

$$f(E) = E' \leqslant \frac{E}{1 + \frac{m_o c^2}{2E}}$$

3.6 Übergang zur Matrizengleichung

Mit der Annahme, daß $P(\varepsilon)$ und $K(E,\varepsilon)$ bekannt sind, kann man die Integralgleichung (1) für $N(E)$ lösen. In der Literatur werden einige Verfahren beschrieben, wobei die Umwandlung der Integralgleichung in eine Matrizengleichung am häufigsten vorkommt. Sie ist leicht zu praktizieren, da man hier ein kontinuierliches Spektrum hat, das mit einem Diskriminator gemessen wird, der eine endliche Zahl von Kanälen hat.

Integriert man die Gleichung (1) über $\Delta\varepsilon_j$ und vertauscht das Integral über E mit einer Summe von n Integralen über ΔE_i, erhält man

$$\int_{\varepsilon_j - \frac{\Delta\varepsilon_j}{2}}^{\varepsilon_j + \frac{\Delta\varepsilon_j}{2}} P(\varepsilon)\, d\varepsilon = \int_{\varepsilon_j - \frac{\Delta\varepsilon_j}{2}}^{\varepsilon_j + \frac{\Delta\varepsilon_j}{2}} d\varepsilon \sum_{i=1}^{n} \int_{E_i - \frac{\Delta E_i}{2}}^{E_i + \frac{\Delta E_i}{2}} K(E,\varepsilon)\, N(E)\, dE \,. \qquad (11)$$

Nimmt man an, daß sich $P(\varepsilon)$ und $N(E)$ in den Intervallen $\Delta\varepsilon_j$ und ΔE_i sehr langsam ändern, kann man die Gleichung (11) umschreiben

$$\langle P(\varepsilon)\rangle_j \, \Delta\varepsilon_j = \sum_{i=1}^{n} \langle N(E)\rangle_i \int_{\Delta\varepsilon_j} d\varepsilon \int_{\Delta E_i} K(E,\varepsilon)\, dE \,. \qquad (12)$$

Mit dem Zeichen < > ist der Mittelwert der jeweiligen Intervalle gemeint. $\langle P(\varepsilon)\rangle$ und $\langle N(E)\rangle$ können nun als Spaltmatrizen und der Rest als eine quadratische Matrix geschrieben werden

$$P_j = \sum_{i=1}^{n} M_{ji} N_i \quad . \tag{13}$$

Die Elemente der quadratischen Matrix werden wie folgt berechnet:

$$M_{ji} = \frac{\int_{\Delta\varepsilon_j} d\varepsilon \int_{\Delta E_i} K(E,\varepsilon)\, dE}{\Delta\varepsilon_j} \quad . \tag{14}$$

Die Gleichung (13) kann nun in der Form der Matrizen geschrieben werden

$$P = M \cdot N \quad . \tag{15}$$

Um Gleichung (13) für N aufzulösen, muß M vorher bekannt sein.

Berechnung der Ansprechmatrix befindet sich in Kap. 5.1 und Lösung der Matrizengleichung in Kap. 5.2.

4. Messungen

4.1 Allgemeines über die Meßapparatur

Die verwendete Meßanordnung wurde in Kapitel 2 beschrieben. Im folgenden werden einige wichtige Punkte bezüglich der Meßapparatur behandelt.

Für den Nachweis der γ-Strahlung für Energien unterhalb 1 MeV hat sich in den letzten Jahren der NaJ(Tl)-Kristall als geeignet erwiesen, weil er eine große Dichte und ein großes Z hat. Außerdem werden in einem NaJ(Tl)-Kristall verhältnismäßig große Lichtblitze erzeugt, die in einem großen Bereich eine lineare Beziehung zur einfallenden Photonenenergie aufweisen.

Möchte man, daß die ganze einfallende γ-Energie im Kristall absorbiert wird, muß man einen großen Kristall verwenden. Aber man kann auch nicht einen beliebig großen Kristall nehmen, da mit Zunahme der Kristallgröße das Auflösungsvermögen schlechter wird. Außerdem hat man einen größeren Untergrund bei größeren Kristallen. Ein Kristall von 3 inch Durchmesser und 3 inch Höhe ergab einen guten Kompromiß zwischen Auflösungsvermögen und Totalabsorptionsereignissen im Kristall.

Die im NaJ(Tl)-Kristall erzeugten Lichtblitze wurden mit einem 6363 DuMont-Photomultiplier gemessen . Die Hochspannung für den Photomultiplier lieferte ein elektronisch stabilisiertes Netzgerät. Hinter dem Photomultiplier folgte ein Kathodenverstärker, der in demselben zylinderförmigen Gehäuse saß wie der Photomultiplier. Hiermit konnte die Kapazität des Systems klein gehalten werden. Bei 800 V Photomultiplierspannung hatte man etwa 0,15 V große Impulse am Ausgang des Kathodenverstärkers für die Energie 0,662 MeV (Cs^{137}). Der Verstärkungsfaktor des Kathodenverstärkers war etwa 1.

Die Spannungsimpulse von dem Kathodenverstärker wurden mit einem 17 m langen Kabel in einen anderen Raum geleitet und dort mit einem Verstärker auf 50 V verstärkt. Der verwendete Verstärker war ein übersteuerungsfester linearer Impulsverstärker (Non-overloading Linear Amplifier der Firma Nuclear Enterprise Type NE 5202) nach dem Prinzip von FAIRSTEIN und

geeignet für die Benutzung mit einem NaJ(Tl)-Kristall.

Die verstärkten Impulse wurden einem Vielkanal-Analysator (SUNVIC nach HUTCHINSON und SCARROTT) zugeführt. Dieses Gerät entnimmt eine rein statistische Auswahl der am Eingang statistisch angebotenen Impulse und zeigt daher ein Impuls-Amplituden-Spektrum. Eine elektronische Torschaltung im Eingang verhindert, daß ein kleiner Impuls durch einen unmittelbar auf ihn folgenden größeren Impuls verdeckt wird. Bei diesem Gerät wird eine relative Kanalgrenzenverschiebung von den Herstellern untersagt, weil die Eingangsimpulse nach einer Verstärkung verlängert und mit einer linear ansteigenden Sägezahnspannung verglichen werden. Die Zeit, die die Sägezahnspannung benötigt, um das Potential des verlängerten Impulses zu erreichen, ist proportional der Amplitude des Eingangsimpulses. So hängt die Lage der Kanalgrenze von einer Zeitmessung und der Linearität der Sägezahnspannung ab. Der Analysator lieferte einen etwa 5 V-Impuls für jeden von ihm gezählten Impuls. Diese Impulse wurden einem Ratemeter zugeführt, der die Impulsrate der gezählten Impulse mißt, und damit die erforderliche Kontrolle der Impulsrate pro Minute lieferte.

Die Netzspannung für die gesamte Elektronik wurde mit einem Stabilisiergerät auf etwa $5 \cdot 10^{-4}$ konstant gehalten.

Die Linearität der gesamten Elektronik wurde mit Hilfe eines "Mercury Switch Pulser" der Firma HAMNER ELECTRONIC geprüft. Der Pulser selbst war besser als 1 % linear. Die Cs^{137}-Impulse wurden am Pulser nachgebildet und zuerst dem Fairstein-verstärker und danach dem Vielkanal-Analysator zugeführt. Mit einem Helipot-Potentiometer am Pulser wurde die Größe der Impulse solange geändert, bis diese Impulse gleichzeitig in zwei Kanälen des SUNVIC gezählt wurden. Dies ergab eine scharfe Grenze zwischen zwei benachbarten Kanälen. Es wurden die Verhältnisse des Kanals "ε" zur jeweiligen Potentiometereinstellung "H" gebildet und auf den maximalen Kanal normiert. Die Abb. 3 zeigt $\frac{\varepsilon}{H}$ als Funktion von ε-Kanalnummer für zwei Verstärkereinstellungen.

Um die Abweichung der Linearität beim Kristall zu ermitteln, wurde die Lage $\bar{\varepsilon}$ des Totalabsorptionspeaks für die verfügbaren Energien E bestimmt. Die Abb. 4 zeigt die Darstellung "E"

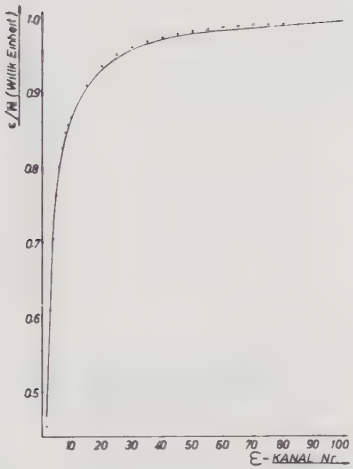

Abb. 3

Abweichung von der Linearität der Elektronik
ε/H als Funktion von
ε= Kanalnummer
H= Impulshöhe am Verstärkereingang

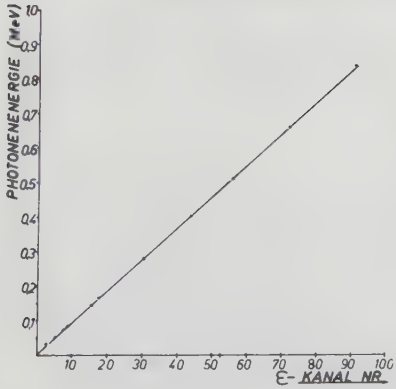

Abb. 4

Photonenenergie (E) als Funktion der Kanallage (ε) für das Gesamtspektrometer

über "$\bar{\varepsilon}$". Eine vorhandene Nichtlinearität kommt in dieser Darstellung nur schwach zum Ausdruck. Die Abb. 5 stellt die Abweichung des Kristalls von der Linearität dar. Diese Werte erhält man, indem man aus den Messungen der Abb. 4 mit Hilfe der Meßwerte von Abb. 3 die Kanalnummer ε eliminiert. Sie liegen 1 bis 1,5 % tiefer als die in der Literatur angegebenen Werte.

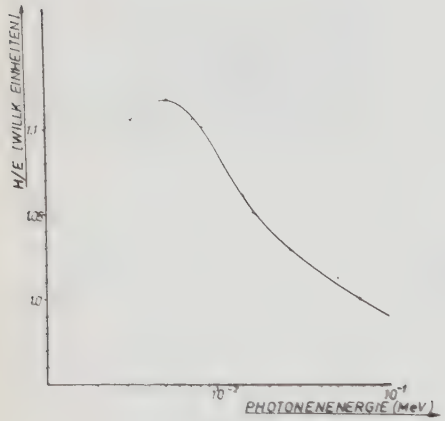

Abb. 5
Abweichung von der Linearität beim Kristall
H = Impulshöhe

4.3 Messungen zur Bestimmung der Anregungsfunktion

Zur Bestimmung der Anregungsfunktion nach der Methode, wie sie in Abschnitt 3 beschrieben wurde, wurden die charakteristischen Größen des Spektrometers bestimmt.

a) Photoanteil (Photofraction)

Ein sehr wichtiger Parameter für die Ermittlung der Anregungsfunktion ist der Photoanteil, es ist das Verhältnis der im Kristall als Totalabsorption registrierten Photonen zu denen, die überhaupt eine Wechselwirkung im Kristall erleben. Der Photoanteil kann von den gemessenen Impulshöhenverteilungen für monoenergetische γ-Strahlen bestimmt werden. Es ist das Verhältnis der Fläche unter dem Totalabsorptionspeak zu der unter der Gesamtverteilung. Diese Größe ist von der Geometrie Quelle - Detektor und der Größe des Kristalls stark abhängig. Für einen gut kollimierten Strahl erhält man einen größeren Wert als für einen nicht kollimierten. Die Abb. 6 zeigt dies für zwei Stellen, wobei die Blenden 1 und 2 die

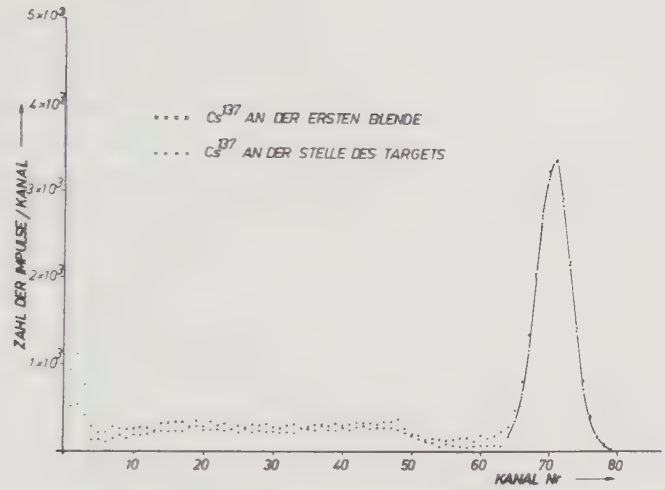

Abb. 6 Experimentelle Impulshöhenverteilung für Cs^{137} (0,662 MeV) an zwei verschiedenen Stellen

gleichen blieben. Hier wurde einmal das Cs^{137}-Präparat dicht an die Gehäuseblende gestellt, zum anderen an die Stelle der Antikathode. Der Wert für den Photoanteil ist im ersten Falle etwa 5 % höher als im zweiten.

Mit dem Isotop an der Stelle 5 und 8 wurden keine Unterschiede beobachtet; deshalb wurden für die Bestimmung des Photoanteils die Isotope an einer dieser Stellen je nach der Intensität gestellt.

Es wurden die Impulshöhenverteilungen von verfügbaren monoenergetischen γ-Isotopen aufgenommen. Der Weg des direkten Strahles wurde mit Blei dicht gemacht und ein Untergrundspektrum aufgenommen und von dem Hauptspektrum abgezogen. Diese Impulshöhenverteilungen wurden auf einfaches Millimeterpapier aufgetragen. Die Abb. 7 und 8 zeigen typische gemessene Impulshöhenverteilungen für Cs^{137}, Mn^{54}. Die Verteilungen wurden auf die Impulshöhe Null extrapoliert, dann wurden die Flächen unter dem Totalabsorptionspeak und dem Gesamtspektrum mit einem Planimeter bestimmt. Dies wurde für Ce^{141}, Hg^{203}, Cs^{137} und Mn^{54} gemacht. Für Co^{60}, das zwei Energien

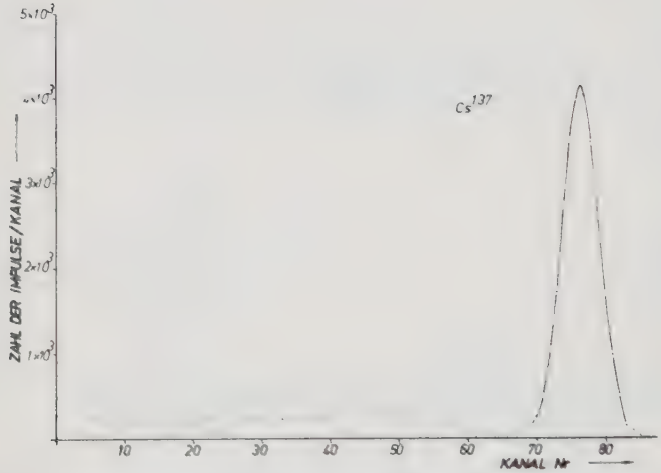

Abb. 7 Experimentelle Impulshöhenverteilung von Cs^{137} (0,66 MeV) mit dem Cs-Isotop an der Stelle des Targets

Abb. 8 Experimentelle Impulshöhenverteilung von Mn^{54} (0,842 MeV) mit dem Mn-Isotop an der Stelle des Targets

mit gleicher Intensität hat, mußte erst die Verteilung für eine Energie abgezogen werden. Das gleiche wurde mit Na^{22} auch unternommen. Da das Na^{22}-Isotop sehr schwach war, mußte es in die Nähe des Kristalls gestellt werden, dazu wurde eine Geometrie-Korrektur angebracht. Die Abb. 9 zeigt p(E) über E. Eine Berechnung von p(E) für einen Kristall gleicher Größe findet sich bei ZERBY und MORAN [32]. Die berechneten Werte sind mit den hier gemessenen vergleichbar.

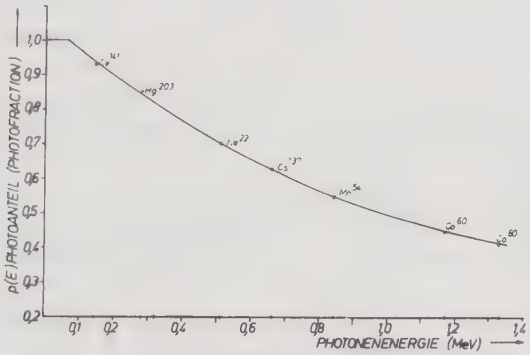

Abb. 9 Experimentell ermittelter Photoanteil in Abhängigkeit von der Photonenenergie

b) Das Auflösungsvermögen des Spektrometers

Die Auflösung des Spektrometers ist

$$R = \frac{2\Delta\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} \quad .$$

Hier ist $\bar{\varepsilon}$ die mittlere Kanalnummer, $2\Delta\varepsilon$ die Halbwertsbreite des Totalabsorptionspeaks.

Um eine genaue Bestimmung der Größe R(E) zu ermöglichen, muß man die Lage des Totalabsorptionspeaks und die Halbwertsbreite genau kennen.

Mit Hilfe eines Verstärkers im Mehrkanal-Analysator konnte die Lage des Totalabsorptionspeaks so eingestellt werden, daß der Analysator links und rechts von einem Peak gleich hoch zählt. Die Peakverteilung wurde graphisch dargestellt, und an beiden Seiten des Maximums wurden symmetrisch gelegene Meßpunkte durch Geraden verbunden. Der Schnittpunkt beider Geraden ergab die Lage des Peaks. Die Peaklage konnte besser als 1/4-Kanal be-

stimmt werden. Auf diese Weise wurde die Funktion R(E) für alle zur Verfügung stehenden Energien gemessen. Eine doppellogarithmische Darstellung der Messungen ergab eine Gerade (Abb. 10). Für diese Gerade wurde ein analytischer Ausdruck der Form

$$R = 0{,}07399/E^{0{,}3799} \quad [E \text{ in MeV}] \qquad (16)$$

gefunden. Dieser Ausdruck befindet sich im Einklang mit allgemeinen Angaben, daß die Halbwertsbreite etwa $E^{1/2}$ proportional ist.

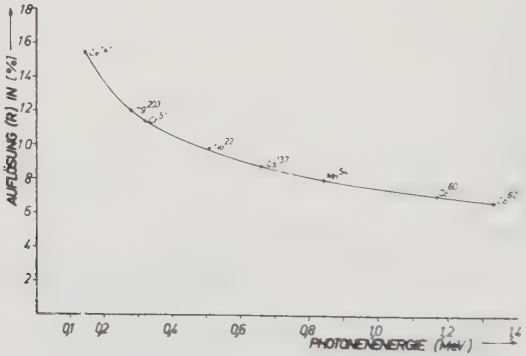

Abb. 10a Auflösung R in Abhängigkeit von der Photonenenergie (lineare Darstellung)

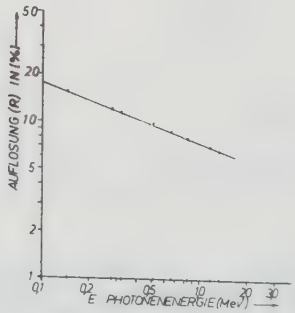

Abb. 10b Auflösung R in Abhängigkeit von der Photonenenergie (doppellogarithmische Darstellung)

4.2 Messung der Spektralverteilung der Bremsstrahlung

Es wurden Be (Z = 4), Al (Z = 13), Cu (Z = 29), Ag (Z = 47) und Au (Z = 79) als Targets benutzt, die einen großen Bereich von Z umfassen. Das Material war 99 bis 99,99 % rein. Die Messungen der Bremsstrahlungsverteilungen wurden mit dicken Targets durchgeführt, wobei ein Target als dick für eine bestimmte Energie bezeichnet wird, wenn die ganze kinetische Energie der auffallenden Elektronen im Target absorbiert wird. Deshalb wurde als Dicke die Grenzdicke (residual range) der einfallenden Elektronen im Targetmaterial genommen. In der Tabelle 1 sind die verwendeten Dicken der Targets, die der

Tabelle 1 Grenzdicken (residual range) und Praktische-Reichweiten für monoenergetische Elektronenenergien in Targets aus verschiedenen Z

Target-material	Elektronen-energie [MeV]	Target-dicke [mm]	Praktische-Reichweite [mm]
	0,2	0,30	0,23
Beryllium	0,4	0,86	0,65
Z = 4	0,6	1,51	1,14
	0,8	2,19	1,68
	0,2	0,21	0,16
Aluminium	0,4	0,60	0,44
Z = 13	0,6	1,05	0,78
	0,8	1,53	1,15
	0,2	0,08	0,05
Kupfer	0,4	0,21	0,13
Z = 29	0,6	0,37	0,23
	0,8	0,54	0,35
	0,2	0,04	0,04
Silber*)	0,4	0,11	0,11
Z = 47	0,6	0,20	0,20
	0,8	0,29	0,29
	0,2	0,05	0,02
Gold	0,4	0,13	0,06
Z = 79	0,6	0,23	0,11
	0,8	0,33	0,16

*) vgl. Text

SPENCER-Arbeit [42] entnommen worden sind, für verschiedene Energien und Materialien angegeben. Für Silber standen keine Werte zur Verfügung. Deshalb wurden die praktischen Reichweiten genommen und das Target unter 45° zum Primärelektronenstrahl gestellt. Die Be, Al, Cu und Au-Targets wurden senkrecht zum Primärelektronenstrahl verwendet. Das Ag-Target hatte zum Primärelektronenstrahl einen Winkel von 45° inne.

Als Spannungsquelle diente der van de Graaff-Generator. Hier wurden die Elektronen auf 0,2, 0,4, 0,6 und 0,8 MeV beschleunigt. Die Spannung am van de Graaff-Generator wurde durch eine Regelung etwa 1 % konstant gehalten. Die Einstellgenauigkeit und damit die Reproduzierbarkeit der Spannung betrug etwa 2 %. Die vom Target rückgestreuten Elektronen wurden mit einer Al-Halbkugel aufgefangen.

Für die Messung der Bremsstrahlungsverteilung wurde der Röhrenstrom so eingestellt, daß der Analysator etwa 15×10^3 Impulse pro Minute zählte. Diese Begrenzung der Impulsrate erwies sich als günstig, da bei dieser Impulsrate keine Verfälschungen in dem gemessenen Impulshöhenspektrum auftraten. Die Zählverluste bei dieser Impulsrate betrugen 10 - 15 %.

Zuerst wurde ein Spektrum über eine bestimmte Zeit aufgenommen. Das Untergrundspektrum wurde mit eingeschaltetem van de Graaff-Generator und versperrten Blenden aufgenommen. Dieses Spektrum enthält alles, was nicht von dem direkten Strahl auf den Kristall tritt, und daher von dem Spektrum abgezogen werden kann. Die Abb. 11 zeigt die gemessenen typischen Impulshöhenspektren für 0,6 MeV über Kanalnummer ε und Z als Parameter, ohne daß der Untergrund abgezogen wurde. Bei dem Ag- und Au-Spektrum ist die Eigenstrahlungslinie deutlich zu erkennen.

In den Abb. 12 und 13 wurden die gemessenen Impulshöhenspektren für Cu dargestellt, ohne daß der Untergrund abgezogen wurde. Hier ist die Spannung Parameter. Die Abb. 11 - 13 zeigen die vorliegende Statistik der Meßwerte. In den Abb. 12 und 13 sind bei den 0,2 und 0,6 MeV-Spektren einige Kanäle mehr aufgetragen als der Grenzenergie-Kanal, um den Verlauf des Spektrums im Bereich des Untergrundes zu zeigen. Für die

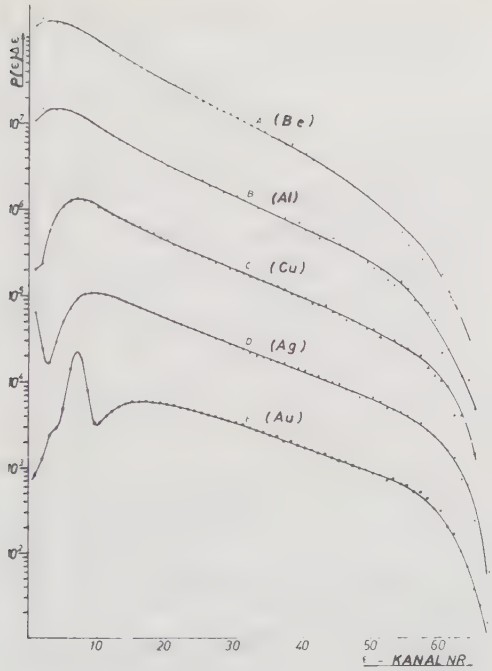

Abb. 11 Impulshöhenspektren für Be(A), Al(B), Cu(C), Ag(D) und Au(E) für 0,6 MeV. Hier sind die Ordinatenwerte mit folgenden Faktoren zu multiplizieren: Das Spektrum A mit 10^{-4}, B mit 10^{-3}, C mit 10^{-2} und D mit 10^{-1}.

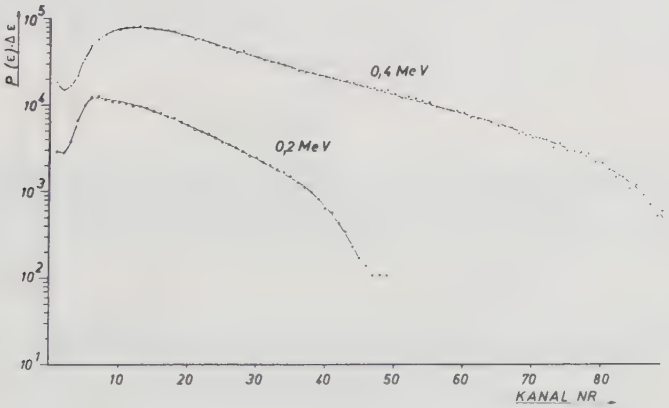

Abb. 12 Die gemessene Impulshöhenverteilung für 0,4 MeV und 0,2 MeV für Cu-Targets.

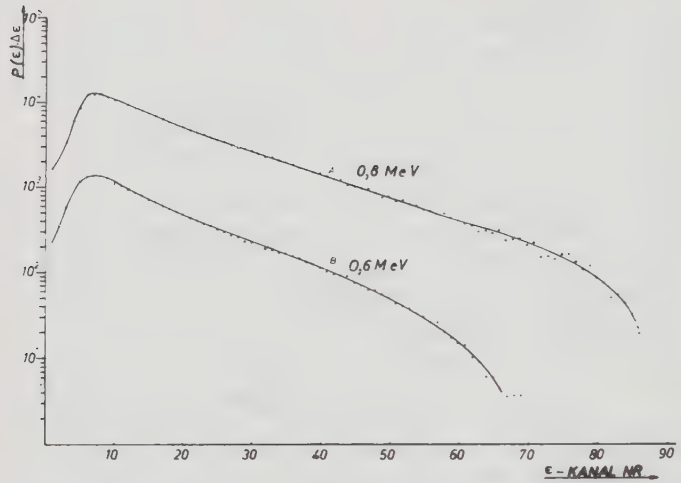

Abb. 13 Die gemessene Impulshöhenverteilung für 0,8 MeV(A) und 0,6 MeV(B) für Cu-Targets

Entfaltung dieser gemessenen Impulshöhenspektren benötigte man eine Eichung der Spektrometerkanäle in Energie. Das Spektrometer wurde vor jeder Messung mit radioaktiven Isotopen geeicht. Die täglichen Eichwerte zeigten eine Stabilität des Spektrometers über längere Zeit besser als 1 %. Obwohl die Eichung der Kanäle in Energie eine komplizierte Funktion ist, konnte immer eine Ausgleichsgerade durch die Eichpunkte gelegt werden, die folgende Form hatte:

$$E = a + b\varepsilon . \qquad (17)$$

Der Fehler, der dabei gemacht wurde, betrug bei 0,05 MeV ca. 10 %, ab 0,1 MeV lagen die mittleren Abweichungen innerhalb 1 %.

5 Die Entfaltung der Impulshöhenspektren

5.1 Berechnung der Ansprechmatrix

Die Gleichung (12) ist ein analytischer Ausdruck, der die Ansprechfunktion für monoenergetische γ-Strahlen darstellt. Für die Berechnung dieser Funktion wurde die maximale Energie E_{max} = 1 MeV in 50 gleiche Intervalle aufgeteilt, wodurch sich eine Intervallbreite von 0,02 MeV ergab. Für die Berechnung der einzelnen Elemente der Ansprechmatrix (14) mußten die eingespeicherten Größen analytisch dargestellt werden, damit die Werte dieser Größen in Abhängigkeit von der Photonenenergie an beliebigen Stellen berechnet werden konnten. Die Funktion σ(E), die die Wahrscheinlichkeit für Comptonstreuung gibt, wurde durch ein Polynom vom 8. Grade nach der Methode der kleinsten Quadrate angenähert.

Die Funktion μ(E), der Schwächungskoeffizient, der die Wahrscheinlichkeit, daß eine Wechselwirkung pro Weglänge stattfindet, darstellt, konnte nicht durch ein Polynom angepaßt werden, da diese Funktion im niederenergetischen Bereich sehr steil ist. Zur Annäherung der Funktion μ(E) eignete sich ein analytischer Ausdruck der Form

$$\mu(E) = \frac{a}{E^x} + \frac{b}{E^y} \qquad (18)$$

mit den Werten

$$a = 2{,}97 \cdot 10^6$$
$$b = 4{,}60$$
$$x = 2{,}88$$
$$y = 0{,}45 \ .$$

Hiermit konnten die Werte von μ(E) für eine beliebige Energie (in kV) berechnet werden.

Die Werte für μ(E) und σ(E) wurden den GOLDSTEIN-Tabellen [43] entnommen.

Für die Annäherung der Funktion p(E) (Photoanteil) genügte ein Polynom vom 7. Grad, berechnet nach der Methode der kleinsten Quadrate, den gestellten Anforderungen.

Die Funktion α(E), die in der Gaußverteilung vorkommt, wurde

mit Hilfe der experimentell bestimmten Werte für die Auflösung des Spektrometers in Abhängigkeit der Energie wie folgt berechnet:

$$\alpha(E) = \frac{\Delta\varepsilon^2}{2(\ln 2)\ x\bar{\varepsilon}}$$

oder

$$\alpha(E) = \frac{R^2\,\bar{\varepsilon}}{8\ln 2}\ .$$

Mit $$R(E) = \frac{0{,}07399}{E^{0{,}3799}}$$

ergibt sich

$$\alpha(E) = 9{,}873\cdot 10^{-4}\ .\ E^{0{,}2402}\ .$$

Hierbei wurde die $\bar{\varepsilon}$ zu E-Beziehung als linear betrachtet. Die Berechnung der Integrale für die jeweiligen Intervalle geschah über die Simpsonsche Regel. Hierfür wurde die Zahl der Stützpunkte so lange vergrößert, bis sich der Wert nicht mehr wesentlich änderte.

Die Elemente der Matrix wurden bis auf vier Ziffern genau berechnet, obwohl für die maschinelle Berechnung 10 Ziffern nach dem Komma zur Verfügung standen.

Nachdem die Ansprechmatrix vollständig berechnet war, wurde ihre Richtigkeit folgendermaßen geprüft.

Zuerst wurde die Normierungsbedingung geprüft:

$$p(E) + \int_0^{f(E)} R(E,E')\ dE' = 1\ .$$

Sie wurde bis auf einige 10^{-3} erfüllt.

In der Ansprechmatrix repräsentiert eine Spalte eine Verteilung über die Impulshöhe ε für eine Energie E_i und $E_i + dE_i$. Die Summe der Elemente einer Spalte multipliziert mit dem Intervall $\Delta\varepsilon_j$ ergibt gerade

$$\overline{Y(E_i)}\ .\ \Delta E_i\ .$$

Diese Bedingung wurde Spalte für Spalte überprüft und erbrachte eine Genauigkeit, die besser als 1 % war.

Sodann wurde das Verhältnis der Summe der Verteilung unter dem Absorptionspeak zur Summe der Gesamtverteilung für alle Spalten untersucht. Es ergaben sich die Werte $p(E_i)$ (Photoanteil) besser als 1 % für die jeweilige mittlere Energie des Intervalls.

Von der berechneten Matrix wurden durch graphische Interpolation die Ansprechfunktionen für die Energien 0,279; 0,662; 0,842 MeV ermittelt und mit den gemessenen Verteilungen für Hg^{203}(0,279 MeV), Cs^{137}(0,662 MeV) und Mn^{54}(0,842 MeV) verglichen. Die Abb. 14 bis 16 zeigen diesen Vergleich. Von den gemessenen Impulshöhenverteilungen für Hg^{203}, Cs^{137} und Mn^{54} wurden die in den Abb. 14 bis 16 gezeigten Verteilungen auf folgende Weise gewonnen. Es wurden die Spektren graphisch dargestellt, dann wurden die Kanäle nach Gl. 17 in Energie umgeeicht und das ganze Spektrum in Intervalle von 0,02 MeV aufgeteilt. Danach wurden die Flächen in den jeweiligen Intervallen bestimmt und die Gesamtfläche unter dem Spektrum mit der efficiency für die jeweilige Energie angepaßt. Schließlich wurden die Flächen in den einzelnen Intervallen mit diesem Anpassungsfaktor multipliziert.

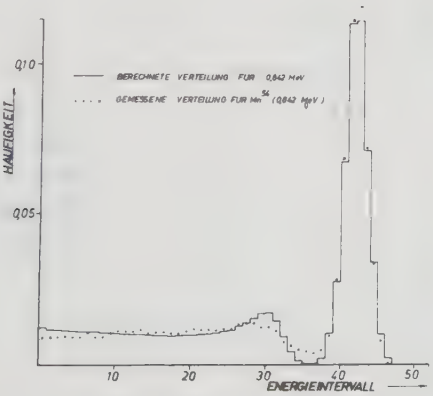

Abb. 14 Vergleich der berechneten und experimentellen Verteilung für die Photonenenergie 0,842 MeV

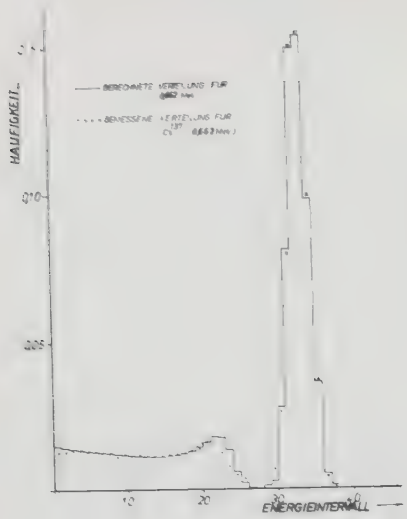

Abb. 15

Vergleich der berechneten und experimentellen Verteilung für die Photonenenergie 0,662 MeV

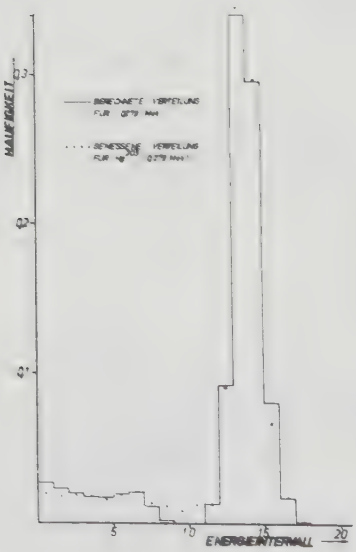

Abb. 16

Vergleich der berechneten und experimentellen Verteilung für die Photonenenergie 0,279 MeV

In den Abbildungen sieht man, daß die berechneten Verteilungen zwischen dem Ausläufer des Totalabsorptionspeaks und der Compton-Kante von den experimentell bestimmten abweichen. In diesem Bereich sind die berechneten Werte praktisch gleich Null, während die gemessenen Verteilungen in der Höhe von der Größenordnung der Compton-Verteilung sind. Das ist darauf zurückzuführen, daß in der Rechnung die Verluste der Photoelektronen nicht berücksichtigt wurden. Eine weitere Erklärung für diese Abweichungen sind die Mehrfachstreuungs-Ereignisse, die auch nicht berücksichtigt wurden, obwohl KOCH und WYCHOFF Gegenteiliges annahmen. Die Abweichung in diesem kleinen Bereich wurde in der Rechnung vernachlässigt, da die entsprechende Fläche klein gegenüber der Gesamtfläche der Verteilung ist. Außerdem hätte die Berücksichtigung dieser Ereignisse die Rechnung einerseits komplizierter gemacht, andererseits kann man die Mehrfachstreuung nicht beliebig genau berücksichtigen.

Der Anhang enthält die berechnete Ansprechmatrix.

ZERBY und MORAN [32] berechneten die Ansprechfunktion nach der Monte-Carlo-Methode. Ein Vergleich der experimentellen Meßergebnisse von STELSON und McGOWAN mit den von ZERBY und MORAN berechneten Ansprechfunktionen für Energien von 0,92 und 0,661 MeV zeigen, daß die berechneten Werte zwischen dem Ausläufer der Compton-Verteilung und dem Totalabsorptionspeak mindestens eine Zehnerpotenz tiefer liegen als die gemessenen Verteilungen. Außerdem zeigt dieser Vergleich, daß die Meßwerte im niederenergetischen Bereich systematisch höher liegen als die berechneten Werte. Die Autoren führten diese Abweichungen auf den Untergrund zurück, den sie in der Rechnung nicht berücksichtigt hatten. Daß die Rechnung für niedrige und größere Impulshöhen bzw. Energien richtig ist, bewiesen sie dadurch, daß sich die berechneten Werte in den beiden Bereichen für den Totalabsorptionspeak gut anpassen.

5.2 Lösung der Matrizengleichung

Die Lösung der Gleichung (15) kann auf verschiedene Weise geschehen. Wenn der Determinantenwert der Matrix M ungleich Null ist ($\det M \neq 0$), ist die Methode der Kehrmatrix naheliegend.

$$M\,N = P$$
$$M\,M^{-1}\,N = M^{-1}\,P$$
$$N = M^{-1}\,P$$

Diese Methode wurde praktisch von allen Autoren zur Lösung vielseitiger Probleme über Matrizengleichungen versucht [40 - 45]. Einige Autoren erhalten jedoch Oszillationen an dem hochenergetischen Ende des Spektrums, d.h. alternierend positive und negative Werte für den Lösungsvektor [26, 28, 44 - 47]. RAND [44] zeigte in seiner mathematischen Behandlung des Problems, daß diese Oszillationen in der Natur der Ansprechmatrix des Szintillationsspektrometers liegen.

Neben der Kehrmatrix-Methode wurden viele andere Methoden verwendet, die dem jeweiligen Problem und der Ansprechmatrix angepaßt waren.

Außer diesen direkten Methoden gibt es noch einige Iterationsverfahren [48 - 50], die innerhalb einer gewissen Genauigkeit sehr gute Ergebnisse liefern.

In dieser Arbeit wurde zuerst eine direkte Methode probiert, z.B. der Gauß-Algorithmus: Hierbei wird die Matrizengleichung (15) über ein simultanes Gleichungssystem durch nacheinander folgende Elimination der Unbekannten gelöst. Da in der Matrix Zahlen zwischen 10^{-7} und 10^{0} liegen, verlangt diese Methode eine Durchführung der Rechnung mit möglichst vielen Ziffern hinter dem Komma. Außerdem brachte eine Unstetigkeit an einer Stelle in P(E) eine sehr große Änderung in den benachbarten Werten.

In dem ersten Versuch wurden die Meßwerte durch Polynome vom 1. bis zum 7. Grad angenähert, da man vermutete, daß die Unstetigkeiten in dem gemessenen P(E) nicht gut für diese Methode seien. Die Abb. 17 zeigt die Annäherung durch ein Polynom 7. Grades, die sich wegen der erkennbaren Oszillationen als nicht brauchbar erwies.

Zweitens wurde mit der KRAMERschen Formel für dicke Antikathoden ein N(E) bis auf 10 Stellen berechnet. Durch Multiplikation dieses N(E) mit der Matrix M wurde ein P(E) gewonnen. Dieses P(E) wurde so dem Gauß-Algorithmus unterworfen, daß jedesmal die letzte Ziffer von den P(E)-Werten fortgelassen

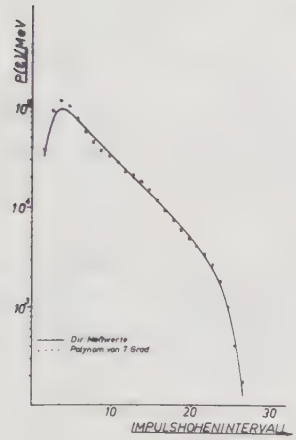

Abb. 17
Annäherung der Meßwerte durch ein Polynom 7. Grades

wurde. Dieser Versuch zeigte, daß schon bei 6 Ziffern beträchtliche Abweichungen in dem berechneten N(E) von dem Ausgangs-N(E) auftraten, wobei bei 5 Ziffern die ersten Minus-Werte erschienen.

Diese beiden Versuche erklärten, daß die Entfaltung der Impulshöhenspektren nach dem Gauß-Algorithmus nicht möglich ist, da die Meßwerte weder niemals so genau sein, noch durch einen analytischen Ausdruck dargestellt werden können. Außerdem wäre es unmöglich gewesen, die Feinheiten der Impulshöhenverteilung zu untersuchen.

Auch das GAUSS-SEIDEL-Verfahren versagte, weil die Summe der Elemente einer Zeile der Matrix nicht vernachlässigbar klein gegenüber dem Hauptdiagonalglied war, die eine sehr wichtige Voraussetzung für die Durchführung dieser Methode ist.

In dieser Arbeit wurde das Iterationsverfahren von SKARSGARD, JOHNS und GREEN [46] benutzt. In diesem Verfahren kann das Photonenspektrum N(E) als erste Näherung für das gemessene P (ε) gesetzt werden, und daher nähert sich das P(ε) dem N(E)

nach wenigen Iterationsschritten.

Wenn $\mathbb{M}\,N = P$ die gemessene Impulshöhenverteilung ist und $\mathbb{M}\,N_{\nu-1}$ die berechnete Impulshöhenverteilung des $(\nu-1)$-ten Iterationsschrittes ist, dann kann der ν-te Iterationsschritt durch die folgende Gleichung gegeben werden:

$$N_\nu = N_{\nu-1} + e(\mathbb{M}\,N - \mathbb{M}\,N_{\nu-1}). \tag{19}$$

Hier ist e eine skalare Größe, die in den meisten Arbeiten [48] gleich 1 gesetzt wurde, und die in dieser Arbeit auch 1 ist. Eine ausführliche Behandlung dieser Größe findet man in der Arbeit von SKARSGARD [46].

Da die Meßwerte mit einem $\sqrt{P}$ Fehler behaftet sind, ließen die Autoren die Iteration solange laufen, bis dieses Kriterium erreicht war. Nach dieser Vorschrift wurde das Abbruchkriterium gewählt

$$\sum_i^n \frac{[P_n - (P_b)_n]^2}{P_n} \leq n. \tag{20}$$

Hier sind P_n die gemessenen und $(P_b)_n$ die berechneten Impulshöheverteilungen, und n ist die Zahl der Intervalle.

Es war hier angebracht, die gemessenen Impulshöhenspektren mit dem Untergrund und das jeweilige Untergrundspektrum getrennt zu entfalten und nach der Entfaltung voneinander zu subtrahieren.

Bevor mit der Entfaltung der Impulshöhenverteilung angefangen wurde, wurde ein Test für die Konvergenz des Verfahrens unternommen.

Mit der KRAMERschen Formel für dicke Antikathoden wurde ein N(E) für 1 MeV Photonenenergie berechnet. Von diesem N(E) wurde durch die Matrix-Multiplikation ein $P(\varepsilon)$ gewonnen. Dieses $P(\varepsilon)$ wurde unter denselben Bedingungen iteriert. Die Abb. 18 zeigt das Ergebnis der Iteration und das Ausgangsspektrum N(E).

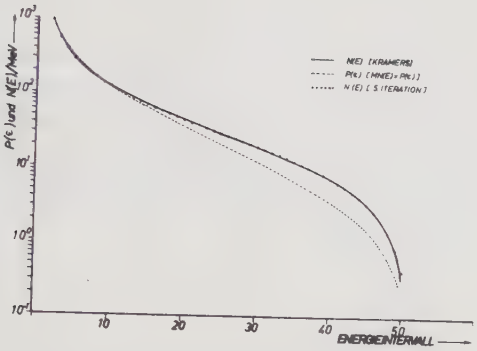

Abb. 18 Test für die Konvergenz des Iterationsverfahrens

6. Ergebnisse der Messungen

Die gemessenen Impulshöhenspektren wurden gemäß der Gl. (17) S. 26 in Impulshöhenverteilungen $P(\varepsilon)/MeV$ umgerechnet. Für die Entfaltung wurde die Impulshöhenverteilung in 0,02 MeV-Intervalle aufgeteilt und die Mittelwerte der jeweiligen Intervalle gebildet. In Abb. 19 - 21 werden die Photonenverteilungen für die Grenzenergien 0,4 MeV, 0,6 MeV und 0,8 MeV mit abgezogenem Untergrund dargestellt. Hier ist Z Parameter. Man sieht deutlich die scharf aufgelöste Eigenstrahlung von Au bei etwa 0,08 MeV und Ag bei etwa 0,02 MeV.

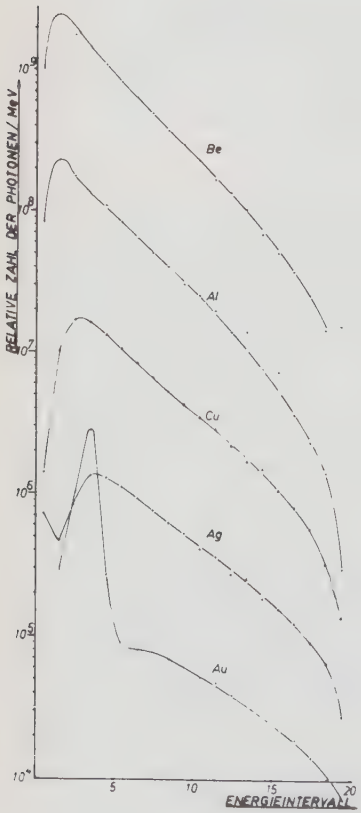

Abb. 19

Photonenverteilung für 0,4 MeV und verschiedene Z. Hier sind die Ordinatenwerte mit folgenden Faktoren zu multiplizieren: Das Be-Spektrum mit 10^{-3}, das Al-Spektrum mit 10^{-2}, das Cu-Spektrum mit 10^{-1}

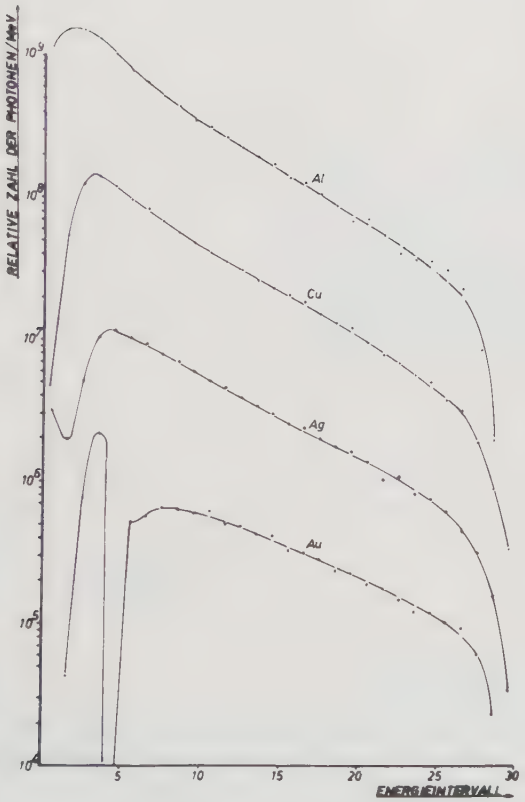

Abb. 20 Photonenverteilung für 0,6 MeV und verschiedene Z.
Hier sind die Ordinatenwerte mit folgenden Faktoren zu multiplizieren: Das Ag-Spektrum mit 10^{-1}, das Cu-Spektrum mit 10^{-2} und das Al-Spektrum mit 10^{-3}.

Als ein Beispiel für die Abhängigkeit der Spektralverteilung von der Grenzenergie zeigt Abb. 22 die Photonenverteilung für das Ag-Target.

Die Spektren wurden für die Schwächung in der Al-Hülle des NaJ(Tl)-Kristalls (0,1016 cm), in der Luftstrecke zwischen dem

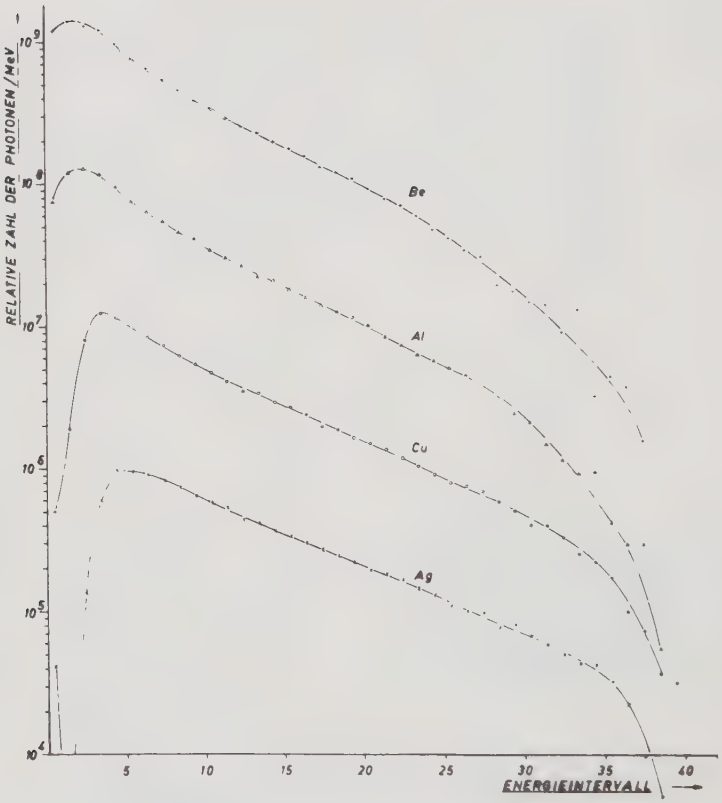

Abb. 21 Photonenverteilung für 0,8 MeV und verschiedene Z.
Hier sind die Ordinatenwerte mit folgenden Faktoren zu multiplizieren: Das Cu-Spektrum mit 10^{-1}, das Al-Spektrum mit 10^{-2} und das Be-Spektrum mit 10^{-3}.

Target und Detektor (320 cm) und in dem Glaskolben (0,05 cm), in dem sich die Antikathode befand, gemäß der Gleichung

$$N = N_0 \exp.(-\mu d) \qquad (21)$$

korrigiert. Hier ist $\mu(E)$ der Schwächungskoeffizient des jeweiligen Korrekturmaterials und d die Absorptionsdicke.

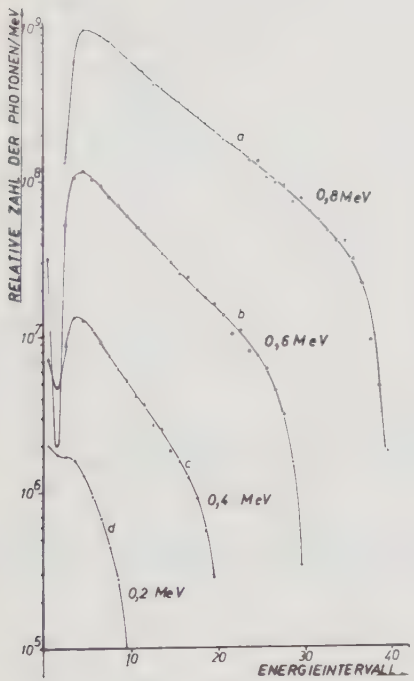

Abb. 22

Photonenverteilung für Ag-Targets in Abhängigkeit von der Grenzenergie.
Hier sind die Ordinatenwerte mit folgenden Faktoren zu multiplizieren: Das 0,8 MeV-Spektrum mit 10^{-3}, das 0,6 MeV-Spektrum mit 10^{-2} und das 0,4 MeV-Spektrum mit 10^{-1}

Die Absorption der Photonen im Target selbst wurde nach folgender Überlegung korrigiert. Es wird hier beabsichtigt, die Photonenverteilung mit der Kramers-Formel für dicke Targets zu vergleichen. Die halbklassische Formel von Kramers war für dicke Targets berechnet worden, wobei ein Target dick ist, wenn die Gesamtenergie der einfallenden Elektronen im Target absorbiert wird. In dieser Berechnung war die Energieabnahme der Elektronen in Abhängigkeit der Dicke berücksichtigt worden.

Es wird angenommen, daß die meisten Photonen bis zu einer Dicke, die gleich der Reichweite der Elektronen für die Grenzenergie ist, erzeugt werden, und nur ein Bruchteil der Photonen wird in der restlichen Dicke erzeugt. Abgesehen von diesem kleinen Bruchteil müssen alle Photonen eine Dicke R (R = Grenzdicke - Reichweite) auf alle Fälle durchlaufen, deshalb wird für die Korrektion der Absorption im Target diese Dicke R

genommen. In den Abb. 23 - 27 werden die korrigierten Photonenverteilungen [Photonen/MeV] über Energieintervall aufgetragen. Um die zu einem Energieintervall zugehörige Energie zu bekommen, muß man die Intervall-Nummer mit der Intervall-Breite 20 keV multiplizieren. Hier sind die durchgezogenen Kurven nach der Kramers-Formel für die jeweiligen Grenzenergien berechnet worden. Diese Formel lautet

$$I_E \, dE = k.Z(E_{max} - E) \, dE \, . \qquad (22)$$

Hier ist $I_E \, dE$ die Energie, emittiert in 4π-Richtung in dem Energieintervall E und E + dE.

E_{max} ist die Photonenenergie an der hochenergetischen Kante und E irgend eine Energie zwischen 0 und E_{max}.
Z ist die Ordnungszahl des Targetmaterials.
k ist eine Konstante, die unabhängig von der Energie E_{max}, E und Z ist.

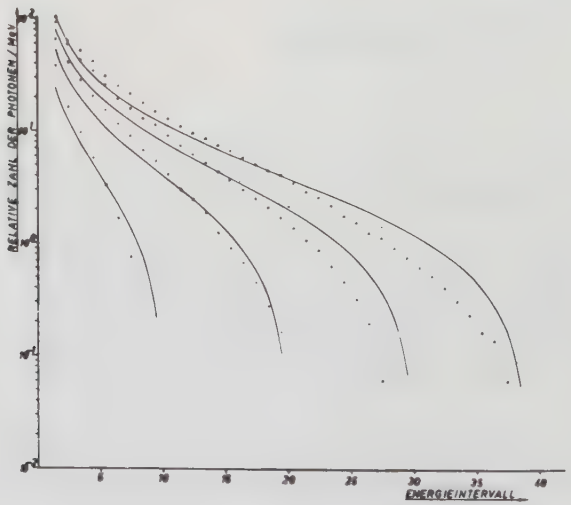

Abb. 23 Korrigierte Photonenverteilung für Be-Targets. Die durchgezogenen Kurven sind nach Gl. (23) berechnet.

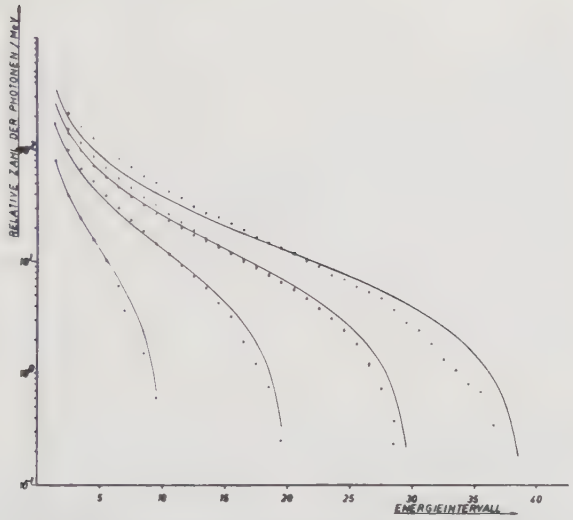

Abb. 24 Korrigierte Photonenverteilung für Al-Targets. Die durchgezogenen Kurven sind nach Gl. (23) berechnet.

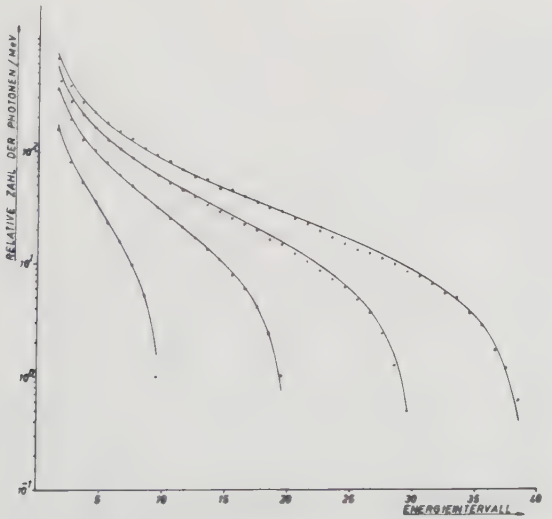

Abb. 25 Korrigierte Photonenverteilung für Cu-Targets. Die durchgezogenen Kurven sind nach Gl. (23) berechnet.

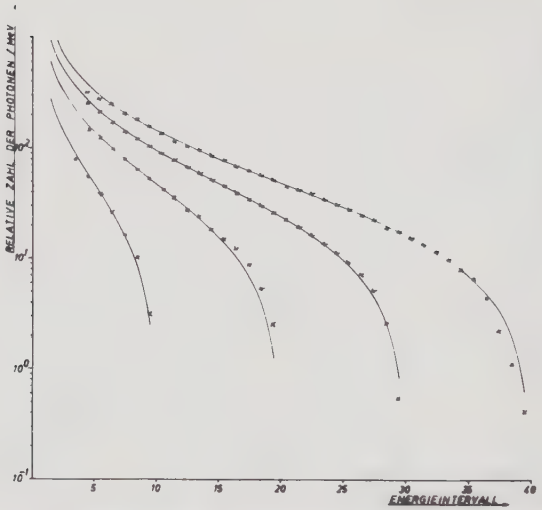

Abb. 26 Korrigierte Photonenverteilung für Ag-Targets. Die durchgezogenen Kurven sind nach Gl. (23) berechnet.

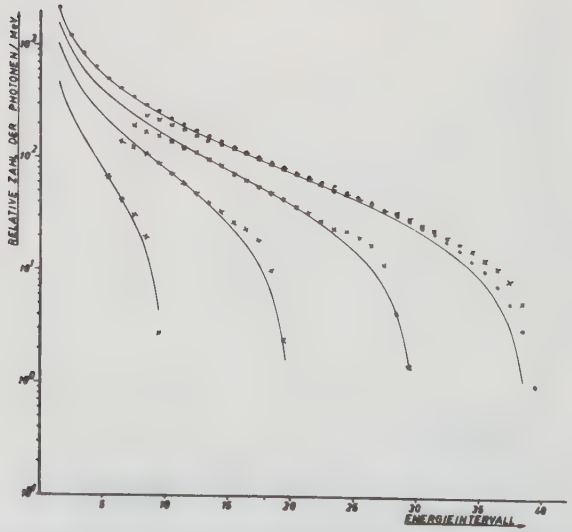

Abb. 27 Korrigierte Photonenverteilung für Au-Targets. Die durchgezogenen Kurven sind nach Gl. (23) berechnet. Beim 0,8 MeV Spektrum stellen die Kreise die theoretische Verteilung versehen mit einem 20 keV Grenzenergiefehler dar.

Aus der obigen Gleichung folgt:

$$N(E) = I_E/E = k\ Z(E_{max} - E)/E\ . \qquad (23)$$

Für die graphische Darstellung wurde k = 1 genommen.

Da die Einstellgenauigkeit der Spannung am van de Graaf-Generator etwa 2 % betrug, wurde bei einigen Spannungen dieser Fehlerbereich mit gezeichnet. Die Angleichung der gemessenen und berechneten Verteilungen folgt bei $E_{max}/2$.

Für Cu (Z = 29) und Ag (Z = 47) zeigen die gemessenen Spektren für alle Spannungen eine sehr gute Übereinstimmung mit der Kramers-Formel und stellen somit eine typische Spektralverteilung für dicke Targets dar.

Die an Al-Targets gemessenen Spektren weichen im ganzen Bereich von der Theorie ab. Die experimentelle Photonenverteilung an dem hochenergetischen Ende liegt bei der gewählten Anpassung tiefer als nach der Kramers-Theorie erwartet wird, dagegen liegt im niederenergetischen Bereich die gemessene Verteilung höher als nach der Kramers-Formel. Eine ähnliche Abweichung zeigen die Messungen von EDELSACK usw. an Polystyren [36].

Bei den Be-Target-Spektren sind jedoch diese Abweichungen sehr groß. Für kleinere Z ist der Bremsstrahlungserzeugungsfaktor sehr klein, außerdem ist die Absorption der Photonen im Target sehr gering. Ein möglicher Fehler ist, daß an der hochenergetischen Kante des Spektrums zu wenig Photonen erzeugt werden, und dadurch ist der statistische Fehler sehr groß. Bei Targets mit kleinerem Z macht sich die Elektron-Elektron-Bremsstrahlung bemerkbar, was in der Kramers Theorie nicht berücksichtigt wurde. Diese Berechnungen sind sehr schwierig, da die Energie-Übergabe an dem rückgestreuten Elektron größer ist als bei dem Elektron-Kern-Bremsstrahlungsprozeß. Eine weitere Möglichkeit für diese Abweichung ist die Unreinheit des Targetmaterials. Der Bremsstrahlungswirkungsquerschnitt wächst mit Z^2, und nur eine 1 %ige Anwesenheit eines Materials mit höherem Z kann einen großen Fehler verursachen.

Beim Au-Target mußte die Eigenstrahlungsverteilung von der gemessenen Impulshöhenverteilung vor Beginn der Entfaltung abgezogen werden. Eine exakte Durchführung dieses Prozesses benötigt genaue Information über die experimentelle Verteilung der Eigenstrahlung, die hier nicht gegeben ist. Aus diesem Grunde wurde die Auswertung der Au-Spektren im niederenergetischen Bereich bis zu 0,1 MeV hinunter durchgeführt.

Im allgemeinen kann man sagen, daß die Kramers Theorie auch in dem in dieser Arbeit untersuchten Energiebereich die Impulshöhenverteilungen annähernd richtig beschreibt.

7. Fehlerbetrachtung

Die Justierung der Bleiblenden war besser als 2/10 mm, dies war auch die Genauigkeit, mit der der Strahl durch alle Blenden trat. Die Blenden 1 und 2 waren so gewählt, daß die optische Abbildung der Blende 3 nicht wesentlich größer war als der Blendendurchmesser der Blende 2. Dadurch waren die Sekundäreffekte im Blei sehr klein (siehe Abb. 7 und 8), und es konnte der Fehler durch die Nichtberücksichtigung dieser Streueffekte für die Rechnung vernachlässigt werden.

Die verwendete Geometrie ermöglichte einen gut kollimierten Strahl, was wiederum zur Benutzung des Ausdrucks (3) auf Seite 11 für die Efficiency berechtigte. Die Messungen sind gewöhnlich über längere Zeit durchgeführt worden. Der statistische Fehler bei den Messungen war allgemein $\sqrt{P}$ (Poissonsche Verteilung), jedoch traten wegen der kleinen Impulszahl an dem hochenergetischen Ende des Spektrums größere Abweichungen ($2\sqrt{P}$ und $3\sqrt{P}$) auf. Allgemein wurden die direkt gemessenen Impulshöhenspektren zur Entfaltung verwendet, bei manchen wurden die Meßwerte erst graphisch ausgeglichen und dann entfaltet. In einem Test wurde ein Spektrum graphisch ausgeglichen und die direkten Meßwerte (nicht ausgeglichenen) und ausgeglichenen Meßwerte entfaltet. Eine graphische Darstellung der beiden Spektren zeigte, daß das graphisch ausgeglichene Spektrum nach der Entfaltung identisch mit dem Ausgleichsspektrum des vorher nicht ausgeglichenen Spektrums war.

Die Genauigkeit, mit der p(E) und σ(E) ermittelt wurden, betrug 1 - 2 %.

In der Arbeit wurde eine lineare Beziehung zwischen der mittleren Impulshöhe $\bar{\varepsilon}$ und der Photonenenergie E angenommen. Das verursachte einen Fehler von 1 - 2 % in der Energieeichung der Kanäle im etwa 0,1 - 1,0 MeV-Energiebereich und einen Fehler von etwa 10 % bei 0,05 MeV. Die Unsicherheit in der Impulszahl in einem Energieintervall war vernachlässigbar klein. Für die Integralgrößen der Matrix konnte im Energiebereich von 0,1 - 1,0 MeV eine besser als 1 %ige Übereinstimmung zwischen den berechneten und den durch Messungen ermittelten Werten erzielt werden. Unterhalb 0,1 MeV kann der Fehler nicht angegeben werden, da in diesem Energieintervall die Meßwerte fehlen.

Der Korrekturfaktor für die Absorption der Photonen in Luft betrug 6,5 % bei 0,1 MeV und 2,8 % bei 0,8 MeV. Da hier nur ein Formvergleich gemacht wurde, kann man sagen, daß das niederenergetische Ende um etwa 2,3 % bei 0,1 MeV angehoben wird. Der Korrekturfaktor für die Schwächung der Photonen durch die Al-Hülle des Kristalls war 4,8 % bei 0,1 MeV und 1,9 % bei 0,8 MeV, d.h. eine absolute Änderung von 2,5 % bei 0,1 MeV. Die Absorption der Photonen im Glaskolben machte sich nur in einigen Intervallen bemerkbar.

Für die Absorption der Photonen im Target wurde hier ein einfacheres Verfahren angewandt. Da die Photonen in verschiedenen Schichten des Targets entstehen, mußte die von Photonen durchlaufende Dicke in Abhängigkeit der Photonenenergie variiert werden. D.h. zu der in dieser Arbeit verwendeten Dicke "R" kommt noch eine Dicke R' hinzu, wobei R' in Abhängigkeit der Energie gewählt werden muß. Diese Zunahme der Dicke macht sich nur in den ersten Intervallen stark bemerkbar, weil in diesem Energiebereich die Absorptionskoeffizienten sehr groß sind und uR auch um 1 ist. In dem Energiebereich, in dem sich die Absorptionskoeffizienten schwach mit der Energie ändern (ab etwa 0,1 MeV), ist diese Korrektur sehr unempfindlich.

Die Fehler von Spannung und Strom im Zusammenhang mit dem van de Graaff Generator werden in der Arbeit von Herrn Jakschik diskutiert.

8. Zusammenfassung

Die Spektralverteilung der Bremsstrahlung in 0^{o}-Richtung, erzeugt auf dicken Targets wurde mit einem Szintillationsspektrometer gemessen. Die Elektronenenergien waren 0,2; 0,4; 0,6 und 0,8 MeV.

Für die Entfaltung der gemessenen Impulshöhenspektren wurde eine halbempirische Methode entwickelt. Die Genauigkeit der berechneten Matrix oberhalb 100 keV lag zwischen 1 und 3 %.

Die Photonenverteilung wurde nach einer plausiblen Methode für die Absorption der Photonen im Target korrigiert.

Die vollkorrigierte Photonenverteilung wurde mit der von KULENKAMPFF im niederenergetischen Bereich experimentell gefundenen und von KRAMERS später halbklassisch berechneten Formel verglichen. Für mittlere Z(29, 47) wurde eine überraschend gute Übereinstimmung auch in diesem Energiebereich gefunden, jedoch für kleinere Z (4) weichen die gemessenen Verteilungen von den berechneten für alle Grenzenergien stark ab. Die Messungen für Gold zeigen eine systematische Ausbuchtung an der hochenergetischen Kante des Spektrums.

9. Literatur

[1]	KOCH, H.W. und MOTZ, J.W.	Rev. Mod. Phys. 31 (4), 920 (1959)
[2]	OLSEN, H; MAXIMON, L.C. und WERGELAND	Phys. Rev. 106, 27 (1957)
[3]	OLSEN, H; MAXIMON, L.C.	Phys. Rev. 114, 887 (1959)
[4]	SOMMERFELD, A.	Wellenmechanik - Friedrich Ungar, New York (1950)
[5]	KIRKPATRICK, A. und WIEDMANN, L.	Phys. Rev. 67, 321 (1945)
[6]	BETHE, H. und HEITLER, W.	Proc. Roy. Soc. (London) A 146, 83 (1934)
[7]	BETHE, H.	Camb. Phil. Soc. 30, 524 (1933)
[8]	HEITLER, W.	Quantum Theory of Radiation- Oxford University Press, S. 244
[9]	SAUTER, F.	Ann. Phys. 20, 404 (1934)
[10]	RACAH, G.	Nuovo Cimento 11, 469 (1934)
[11]	GLUCKSTERN, R.L. und HULL, M.H.	Phys. Rev. 90, 1030 (1953)
[12]	SCHIFF, L.I.	Phys. Rev. 83, 252 (1951)
[13]	HOUGH, P.V.C.	Phys. Rev. 74, 80 (1948)
[14]	AMREHN, H.	Z. Phys. 144, 529 (1956)
[15]	RÖSS, D.	Dissertation Würzburg (1957)
[16]	MAUSBECK, H.	Dissertation Würzburg (1957)
[17]	ZEH, H.	Dissertation Würzburg (1957)
[18]	MOTZ, J.W.	Phys. Rev. 100, 1560 (1955)
[19]	ELWERT, G.	Ann. Phys. 34, 178 (1939)
[20]	KULENKAMPFF, H.	Ann. Phys. 69, 548 (1922)
[21]	KRAMERS, H.A.	Phil. Mag. 46, 836 (1923)
[22]	EDELSACK, E.A.; KREGER, W.E; MALLET, W. und SCOFIELD, N.E.	Health, Physics 4, 1-15 (1960)
[23]	JAKSCHIK, H.	Dissertation, Freie Universität Berlin
[24]	STARFELT, N.	Kungl. Fys. Sällsk. 1 Lund Förhandlingar Bd. 26 Nr. 5, (1956
[25]	RAU, F.	Nukleonik, 5 (5) 191, (1963)
[26]	COOK, C.S. und TOMNOVEC, F.M.	Phys. Rev. 104, 1407 (1956)

[27] HUBBELL, J.H.	Rev. Sci. Instr. 29, 65 (1958)
[28] PEELLE, R.O, und MAIENSHEIN, F.	ORNL 3193, Nov. 1961
[29] MAEDER, D.; MÜLLER, R. und WINTERSTEIGER, V.	Helv. Phys. Acta, 27, 3 (1954)
[30] LIDEN, K. und STARFELT, N.	Arkiv För Fysik 7 (36) 427, (1954)
[31] BERGER, M.J. und DOGGETT, J.	J. NBS 56, 355 (1956)
[32] ZERBY, C.D. und MORAN, H.S.	ORNL - 3169 (1962)
[33] CAMPBELL, J.G. und BOYLE, A.F.F.	Australian J. Phys. 6, 171 (1953) 7, 284 (1954)
[34] FOOTE, R.S. und KOCH	Rev. Sci. Instr. 25, 746 (1954)
[35] BROOKS, E.H.	D.C. -60-12-26 (1960)
[36] WEITKAMP, C.	Nucl. Instr. und Methods 23, 13 (1963)
[37] GRIFITHS, G.M.	Can. J. Phys. 33, 209 (1955)
[38] MEYERHOF, W.E. und WEST, H.I.	Rev. Sci. Instr. 25, 1025 (1954)
[39] THEUS, BEACH und FAUST	J. apl. Phys. 26, 294 (1955)
[40] KOCH, H.W. und WYCKOFF, J.M.	J. Res. NBS 56 (6) 319 (1956)
[41] MOTOHARU KIMURA, N. MUTSURO etc.	J. Phys. Soc. Japan 14 (4) 387 (1956)
[42] SPENCER, L.V.	Phys. Rev. 98, 1597 (1955)
[43] GRODSTEIN, G.W.	NBS Circular No. 583 (1957)
[44] RAND, R.E.	Nucl. Instr. und Methods 17, 65 (1962)
[45] KOCKUM, J. und STARFELT, N.	Nucl. Instr. und Methods 4, 171 (1959)
[46] CHILDERS, H.M.	Rev. Sci. Instr. 30, 810 (1959)
[47] HUBBELL, J.H. und N.E. SCOFIELD	IRE Trans. Nucl. Sci. N.S. 5 No. 3, 157 (1958)
[48] SKARSGARDS, L.D; JOHNS, H.E. und GREEN, L.E.S.	Rad. Res. 14, 261 (1961)
[49] WORTMANN, D.E. und CRAMER, J.G.	Nucl. Instr. und Methods 26 (2) 257 (1964)
[50] SCOFIELD, N.E.	N.A.S. - NS - 3107

10. Anhang: Die Ansprechmatrix

Die maximale Photonenenergie (E_{max}) ist 1,0 MeV. E_{max} ist in 50 gleiche Intervalle aufgeteilt, wodurch eine 50 x 50 quadratische-Matrix entsteht. Die Energieintervallbreite (ΔE) der Matrix ist 0,02 MeV und die Impulshöhenintervallbreite ($\Delta \varepsilon$) ist auch 0,02 MeV. Die Zahlen auf den folgenden Seiten repräsentieren die Elemente der Ansprechmatric, berechnet nach der Gleichung (14). In x-Richtung nimmt die Energie zu. Die erste Zeile der Matrix erhält man, indem man die ersten 5 Zahlenreihen hintereinander schreibt. In gleicher Weise ergeben sich die anderen Zeilen der Matrix. Die y-Richtung gibt die ε-Zunahme an. Anders ausgedruckt repräsentiert eine Spalte der Matrix die Impulshöhenverteilung für die Photonenenergie in dem Energieintervall E und E + dE.

A 62 - KOEFFIZIENTENMATRIX

E-MIN 0. E-MAX 1. EPSILON-MIN 0. EPSILON-MAX 1.
DELTA E 0.02 DELTA EPSILON 0.02

9.50E-01	6.19E-02	0.00	7.16E-03	1.76E-02	2.20E-02	2.49E-02	2.68E-02	2.78E-02	2.82E-02
2.85E-02	2.91E-02	2.54E-02	2.78E-02	2.62E-02	2.56E-02	2.58E-02	2.15E-02	2.27E-02	2.41E-02
2.07E-02	2.23E-02	1.89E-02	2.02E-02	2.15E-02	1.76E-02	1.85E-02	1.92E-02	1.97E-02	1.50E-02
1.52E-02	1.52E-02	1.50E-02	1.46E-02	1.41E-02	1.34E-02	1.27E-02	1.19E-02	1.10E-02	1.00E-02
8.95E-03	1.29E-02	1.17E-02	1.05E-02	9.27E-03	1.35E-02	1.62E-02	3.18E-02	7.63E-02	1.60E-01
5.00E-02	8.51E-01	9.88E-02	2.09E-03	4.10E-03	1.40E-02	1.93E-02	1.90E-02	1.98E-02	2.08E-02
2.17E-02	2.24E-02	2.27E-02	2.28E-02	2.27E-02	2.25E-02	2.21E-02	2.17E-02	2.11E-02	2.06E-02
2.00E-02	1.95E-02	1.89E-02	1.84E-02	1.79E-02	1.74E-02	1.69E-02	1.64E-02	1.60E-02	1.55E-02
1.51E-02	1.47E-02	1.44E-02	1.40E-02	1.37E-02	1.34E-02	1.31E-02	1.28E-02	1.25E-02	1.22E-02
1.20E-02	1.17E-02	1.15E-02	1.13E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.06E-02	1.03E-02	1.01E-02	9.91E-03
.00	8.66E-02	7.84E-01	1.26E-01	4.50E-03	3.10E-04	6.64E-03	1.81E-02	2.03E-02	1.87E-02
1.83E-02	1.87E-02	1.92E-02	1.96E-02	1.99E-02	1.99E-02	1.99E-02	1.97E-02	1.94E-02	1.91E-02
1.87E-02	1.83E-02	1.79E-02	1.75E-02	1.70E-02	1.66E-02	1.62E-02	1.58E-02	1.54E-02	1.51E-02
1.47E-02	1.43E-02	1.40E-02	1.37E-02	1.34E-02	1.31E-02	1.28E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.20E-02
1.18E-02	1.16E-02	1.13E-02	1.11E-02	1.09E-02	1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	1.00E-02	9.80E-03
.00	1.04E-07	1.17E-01	7.22E-01	1.46E-01	7.43E-03	5.48E-05	1.60E-03	1.21E-02	2.09E-02
2.00E-02	1.82E-02	1.75E-02	1.75E-02	1.77E-02	1.78E-02	1.79E-02	1.80E-02	1.79E-02	1.77E-02
1.75E-02	1.72E-02	1.69E-02	1.66E-02	1.63E-02	1.59E-02	1.56E-02	1.52E-02	1.49E-02	1.46E-02
1.43E-02	1.39E-02	1.37E-02	1.34E-02	1.31E-02	1.28E-02	1.26E-02	1.23E-02	1.21E-02	1.18E-02
1.16E-02	1.14E-02	1.12E-02	1.09E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.03E-02	1.01E-02	9.90E-03	9.70E-03
.00	0.00	1.66E-05	1.43E-01	6.63E-01	1.62E-01	1.07E-02	1.21E-04	2.79E-04	6.02E-03
1.83E-02	2.14E-02	1.91E-02	1.74E-02	1.67E-02	1.65E-02	1.65E-02	1.65E-02	1.65E-02	1.64E-02
1.63E-02	1.62E-02	1.60E-02	1.58E-02	1.55E-02	1.52E-02	1.50E-02	1.47E-02	1.44E-02	1.41E-02
1.38E-02	1.36E-02	1.33E-02	1.30E-02	1.28E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.21E-02	1.19E-02	1.16E-02
1.14E-02	1.12E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	9.99E-03	9.79E-03	9.59E-03
.00	0.00	0.00	1.90E-04	1.64E-01	6.12E-01	1.74E-01	1.43E-02	2.47E-04	4.85E-05
2.58E-03	1.37E-02	2.14E-02	2.03E-02	1.79E-02	1.65E-02	1.59E-02	1.56E-02	1.55E-02	1.54E-02
1.54E-02	1.53E-02	1.51E-02	1.50E-02	1.48E-02	1.46E-02	1.44E-02	1.41E-02	1.39E-02	1.37E-02
1.34E-02	1.32E-02	1.30E-02	1.27E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.21E-02	1.19E-02	1.16E-02	1.14E-02
1.12E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	1.01E-02	9.88E-03	9.68E-03	9.49E-03
.00	0.00	0.00	0.00	8.12E-04	1.81E-01	5.67E-01	1.83E-01	1.80E-02	4.37E-04
1.16E-05	1.05E-03	9.29E-03	1.98E-02	2.11E-02	1.87E-02	1.67E-02	1.56E-02	1.51E-02	1.48E-02
1.47E-02	1.45E-02	1.44E-02	1.43E-02	1.42E-02	1.40E-02	1.38E-02	1.36E-02	1.34E-02	1.32E-02
1.30E-02	1.28E-02	1.26E-02	1.24E-02	1.22E-02	1.20E-02	1.18E-02	1.16E-02	1.14E-02	1.12E-02
1.11E-02	1.09E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.03E-02	1.01E-02	9.93E-03	9.76E-03	9.58E-03	9.40E-03
.00	0.00	0.00	0.00	1.03E-08	2.13E-03	1.94E-01	5.27E-01	1.89E-01	2.19E-02
6.96E-04	7.39E-06	4.41E-04	5.97E-03	1.72E-02	2.14E-02	1.95E-02	1.71E-02	1.56E-02	1.48E-02
1.44E-02	1.41E-02	1.39E-02	1.36E-02	1.36E-02	1.35E-02	1.33E-02	1.32E-02	1.30E-02	1.28E-02
1.27E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.21E-02	1.20E-02	1.18E-02	1.16E-02	1.14E-02	1.12E-02	1.11E-02
1.09E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.04E-02	1.02E-02	1.00E-02	9.85E-03	9.66E-03	9.48E-03	9.30E-03

.00	0.00	0.00	.00	0.00	3.00E-07	4.24E-03	2.03E-01	4.92E-01	1.93E-01
2.37E-02	1.03E-03	1.14E-05	1.98E-04	3.77E-03	1.42E-02	2.09E-02	2.01E-02	1.76E-02	1.58E-02
1.47E-02	1.41E-02	1.37E-02	1.34E-02	1.32E-02	1.31E-02	1.29F-02	1.28E-02	1.26E-02	1.25E-02
1.23E-02	1.22E-02	1.20E-02	1.19F-02	1.17E-02	1.15E-02	1.14E-02	1.12E-02	1.10E-02	1.09E-02
1.07F-02	1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	1.00E-02	9.86E-03	9.72E-03	9.55E-03	9.38E-03	9.21E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	2.59E-06	7.11F-03	2.10E-01	4.61E-01
1.96E-01	2.94E-02	1.43E-03	2.05E-05	9.69E-05	2.39E-03	1.14E-02	1.98E-02	2.05E-02	1.81E-02
1.60E-02	1.47E-02	1.39E-02	1.34E-02	1.31E-02	1.28E-02	1.26E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.22E-02
1.20E-02	1.19E-02	1.18E-02	1.16E-02	1.15E-02	1.13E-02	1.12E-02	1.10E-02	1.09E-02	1.07E-02
1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	1.01E-02	9.93E-03	9.77E-03	9.61F-03	9.45E-03	9.29E-03	9.12E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	1.24E-05	1.06E-02	2.14E-01
4.34E-01	1.97E-01	3.29E-02	1.91E-03	3.53E-05	5.20E-05	1.55E-03	9.03E-03	1.82E-02	2.06E-02
1.86E-02	1.63E-02	1.48E-02	1.38E-02	1.32E-02	1.28E-02	1.25E-02	1.23E-02	1.21E-02	1.19E-02
1.18E-02	1.16E-02	1.15E-02	1.14E-02	1.12E-02	1.11E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.07E-02	1.05E-02
1.04E-02	1.02E-02	1.01E-02	9.97E-03	9.81E-03	9.66E-03	9.51E-03	9.36E-03	9.20E-03	9.04E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	4.10E-05	1.46E-02
2.15E-01	4.09E-01	1.97E-01	3.62E-02	2.44E-03	5.69E-05	3.07E-05	1.04E-03	7.09E-03	1.65E-02
2.04E-02	1.90E-02	1.67E-02	1.49E-02	1.38E-02	1.31E-02	1.26E-02	1.23E-02	1.20E-02	1.18E-02
1.16E-02	1.14E-02	1.13E-02	1.11E-02	1.10E-02	1.09E-02	1.08E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.04E-02
1.03E-02	1.01E-02	9.99E-03	9.85E-03	9.69E-03	9.55E-03	9.41E-03	9.26E-03	9.11E-03	8.96E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	4.43E-09	1.05E-04
1.89E-02	2.15E-01	3.87E-01	1.96E-01	3.93E-02	3.03E-03	8.67F-05	2.02E-05	7.17F-04	5.59E-03
1.47E-02	1.99E-02	1.93E-02	1.70E-02	1.51E-02	1.39E-02	1.30E-02	1.25E-02	1.21E-02	1.18E-02
1.15E-02	1.14E-02	1.12E-02	1.10E-02	1.09E-02	1.08E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.04E-02	1.03E-02
1.01E-02	1.00E-02	9.87E-03	9.74E-03	9.60E-03	9.46E-03	9.32E-03	9.18E-03	9.03E-03	8.88E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	5.42E-08
2.24E-04	2.32E-02	2.14E-01	3.66E-01	1.94E-01	4.20E-02	3.67E-03	1.26E-04	1.49E-05	5.15E-04
4.44E-03	1.30E-02	1.91E-02	1.95E-02	1.74E-02	1.54E-02	1.40E-02	1.30E-02	1.24E-02	1.19E-02
1.16E-02	1.14E-02	1.11E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.04E-02	1.03E-02	1.02E-02
1.00E-02	9.90E-03	9.77E-03	9.64E-03	9.50E-03	9.37E-03	9.23E-03	9.10E-03	8.95E-03	8.81E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.83E-07	4.17E-04	2.76E-02	2.11E-01	3.47E-01	1.92E-01	4.45E-02	4.33E-03	1.75E-04	1.26E-05
3.83E-04	3.56E-03	1.15E-02	1.83E-02	1.95E-02	1.77E-02	1.56E-02	1.41E-02	1.31E-02	1.24E-02
1.19E-02	1.15E-02	1.12E-02	1.10E-02	1.08E-02	1.06E-02	1.05E-02	1.03E-02	1.02E-02	1.01E-02
9.94E-03	9.81E-03	9.68E-03	9.56E-03	9.42E-03	9.29E-03	9.16E-03	9.03E-03	8.88E-03	8.74E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	1.03E-06	7.00E-04	3.17E-02	2.07E-01	3.29E-01	1.88E-01	4.67E-02	5.03E-03	2.35E-04
1.24E-05	2.95E-04	2.90E-03	1.01E-02	1.73E-02	1.94E-02	1.79E-02	1.58E-02	1.42E-02	1.31E-02
1.23E-02	1.18E-02	1.14E-02	1.11E-02	1.08E-02	1.06E-02	1.04E-02	1.03E-02	1.01E-02	1.00E-02
9.87E-03	9.74E-03	9.61E-03	9.49E-03	9.35E-03	9.22E-03	9.09E-03	8.96E-03	8.82E-03	8.68E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	2.97E-06	1.08E-03	3.56E-02	2.02E-01	3.13E-01	1.85E-01	4.86E-02	5.74E-03
3.07E-04	1.38E-05	2.34E-04	2.40E-03	8.91E-03	1.63E-02	1.92E-02	1.81E-02	1.60E-02	1.44E-02
1.32E-02	1.24E-02	1.18E-02	1.13E-02	1.10E-02	1.07E-02	1.05E-02	1.03F-02	1.01E-02	9.97E-03
9.83E-03	9.69E-03	9.56E-03	9.43E-03	9.29E-03	9.16E-03	9.03E-03	8.91E-03	8.77E-03	8.63E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	7.27E-06	1.56E-03	3.91E-02	1.97F-01	2.98E-01	1.81E-01	5.03E-02
6.47E-03	3.91E-04	1.67E-05	1.91E-04	2.01E-03	7.88E-03	1.53F-02	1.89E-02	1.82E-02	1.63E-02
1.45E-02	1.33E-02	1.24E-02	1.18E-02	1.13E-02	1.09E-02	1.06E-02	1.04E-02	1.02E-02	9.99E-03
9.83E-03	9.68E-03	9.53E-03	9.40E-03	9.26E-03	9.12E-03	8.99E-03	8.86F-03	8.73E-03	8.59E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	4.92E-09	1.55E-05	2.13E-03	4.23E-02	1.92E-01	2.84F-01	1.77E-01
5.17E-02	7.19E-03	4.86E-04	2.11E-05	1.60E-04	1.70E-03	6.99E-03	1.43E-02	1.85E-02	1.83E-02
1.55E-02	1.47E-02	1.34E-02	1.24E-02	1.18E-02	1.12E-02	1.09E-02	1.05E-02	1.03E-02	1.01E-02
9.87E-03	9.70E-03	9.54E-03	9.39E-03	9.24E-03	9.10E-03	8.97F-03	8.84E-03	8.70E-03	8.56E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	2.88F-08	2.98E-05	2.79F-03	4.50F-02	1.86E-01	2.71E-01
1.73E-01	5.29E-02	7.92E-03	5.93E-04	2.72E-05	1.37E-04	1.47E-03	6.24E-03	1.34E-02	1.81E-02
1.94E-02	1.67E-02	1.49E-02	1.35E-02	1.25E-02	1.18E-02	1.12E-02	1.08E-02	1.05E-02	1.02E-02
9.97E-03	9.76E-03	9.58E-03	9.42E-03	9.25E-03	9.10E-03	3.96F-03	8.82F-03	8.68F-03	8.54E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	.00	0.00	9.61E-08	5.23E-05	3.53E-03	4.74F-02	1.81E-01
2.59E 01	1.68E-01	5.38E-02	8.63E-03	7.10E-04	3.51E-05	1.20E-04	1.28E-03	5.60F-03	1.26F-02
1.76E-02	1.84E-02	1.68E-02	1.50E-02	1.36E-02	1.26E-02	1.18E-02	1.12E-02	1.08E-02	1.04E-02
1.01E-02	9.89E-03	9.67E-03	9.48E-03	9.30E-03	9.13E-03	8.98E-03	8.83E-03	8.68E-03	8.53E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	2.55E-07	8.55E-05	4.32E-03	4.94E-02
1.76E-01	2.48E-01	1.64E-01	5.47E-02	9.33E-03	8.38E-04	4.50E-05	1.08E-04	1.13E-03	5.05E-03
1.18E-02	1.71E-02	1.83E-02	1.70E-02	1.52E-02	1.37E-02	1.27E-02	1.19E-02	1.13E-02	1.08E-02
1.04E-02	1.01E-02	9.82E-03	9.59E-03	9.38E-03	9.19E-03	9.02E-03	8.86E-03	8.70E-03	8.55E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	5.99E-07	1.31E-04	5.15E-03
5.11E-02	1.70E-01	2.38E-01	1.60E-01	5.53E-02	1.00E-02	9.77E-04	5.69E-05	9.81E-05	1.01E-03
4.59E-03	1.10E-02	1.66E-02	1.83E-02	1.71E-02	1.54E-02	1.39E-02	1.28E-02	1.19E-02	1.13E-02
1.08E-02	1.04E-02	1.00E-02	9.76E-03	9.51E-03	9.29E-03	9.10E-03	8.92E-03	8.74E-03	8.58E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	1.26E-06	1.92E-04
6.00E-03	5.24E-02	1.65E-01	2.28E-01	1.56E-01	5.58E-02	1.07E-02	1.12E-03	7.11E-05	9.09E-05
9.08E-04	4.19E-03	1.03E-02	1.60E-02	1.81E-02	1.72E-02	1.55E-02	1.40E-02	1.28E-02	1.20E-02
1.13E-02	1.08E-02	1.04E-02	1.00E-02	9.70E-03	9.44E-03	9.21E-03	9.01E-03	8.82E-03	8.63E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	2.14E-09	2.44E-06
2.68E-04	6.86E-03	5.35E-02	1.60E-01	2.19E-01	1.52E-01	5.91E-02	1.13E-02	1.28E-03	8.77E-05
8.36E-05	8.27E-04	3.84E-03	9.72E-03	1.55E-02	1.80E-02	1.73E-02	1.57E-02	1.41E-02	1.29E-02
1.20E-02	1.13E-02	1.08E-02	1.03E-02	9.96E-03	9.65E-03	9.38E-03	9.14E-03	8.92E-03	8.72E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	8.73E-09
4.37E-06	3.61E-04	7.71E-03	5.44E-02	1.55E-01	2.10E-01	1.48E-01	5.63E-02	1.19E-02	1.44E-03
1.07E-04	8.17E-05	7.59E-04	3.55E-03	9.16E-03	1.50E-02	1.78E-02	1.74E-02	1.58E-02	1.43E-02
1.30E-02	1.21E-02	1.14E-02	1.08E-02	1.03E-02	9.93E-03	9.60E-03	9.31E-03	9.07E-03	8.84E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2.34E-08	7.35E-06	4.71E-04	8.54E-03	5.50E-02	1.51E-01	2.02E-01	1.44E-01	5.64E-02	1.25E-02
1.61E 03	1.28E-04	7.93E-05	7.03E-04	3.29E-03	8.64E-03	1.45E-02	1.76E-02	1.75E-02	1.59E-02
1.44F 02	1.31E-02	1.22E-02	1.14E-02	1.08E-02	1.03E-02	9.91E-03	9.56E-03	9.26E-03	9.00E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	5.44E-08	1.17E-05	5.96E-04	9.35E-03	5.54E-02	1.46E-01	1.95E-01	1.40E-01	5.64E-02
1.30E-02	1.78E-03	1.52E-04	7.79E-05	6.55E-04	3.06E-03	8.18E-03	1.40F-02	1.74E-02	1.75E-02
1.61E 02	1.45E-02	1.32E-02	1.22E-02	1.14E-02	1.08E-02	1.03E-02	9.88E-03	9.52E-03	9.21E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	1.13E-07	1.78E-05	7.36E-04	1.01E-02	5.57E-02	1.42E-01	1.88E-01	1.36E-01
5.63E-02	1.35E-02	1.96E-03	1.79E-04	7.75E-05	6.14E-04	2.87E-03	7.76E-03	1.36E-02	1.71E-02
1.75E-02	1.62E-02	1.46E-02	1.33E-02	1.23E-02	1.15E-02	1.08E-02	1.03F-02	9.85E-03	9.48E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	2.19E-07	2.59E-05	8.89E-04	1.09E-02	5.58E-02	1.38E-01	1.81E-01
1.33E-01	5.61E-02	1.40E-02	2.14E-03	2.08E-04	7.80E-05	5.79E-04	2.69E-03	7.37E-03	1.31E-02
1.69E-02	1.75E-02	1.62E-02	1.47E-02	1.34E-02	1.23E-02	1.15E-02	1.08E-02	1.03E-02	9.83E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	5.49E-10	3.94E-07	3.64E-05	1.05E-03	1.15E-02	5.58E-02	1.34E-01
1.75E-01	1.29E-01	5.59E-02	1.45E-02	2.31E-03	2.40E-04	7.94E-05	5.49E-04	2.54E-03	7.02E-03
1.27E-02	1.66E-02	1.74E-02	1.63E-02	1.48E-02	1.34E-02	1.24E-02	1.15E-02	1.08F-02	1.03E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	.00	2.00E-09	6.72E-07	4.94E-05	1.23E-03	1.22E-02	5.57E-02
1.31E-01	1.59E-01	1.26E-01	5.56E-02	1.49E-02	2.50E-03	2.74E-04	8.16E-05	5.23E-04	2.40E-03
6.69E-03	1.23E-02	1.64E-02	1.74E-02	1.64E-02	1.48E-02	1.35E-02	1.24E-02	1.15E-02	1.08E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.91E-09	1.09E-06	6.52E-05	1.41F-03	1.28E-02
5.55E-02	1.27E-01	1.63E-01	1.23E-01	5.51E-02	1.53E-02	2.68E-03	3.10F-04	8.45E-05	5.00E-04
2.28E-03	6.40E-03	1.19E-02	1.61E-02	1.73E-02	1.64E-02	1.49E-02	1.36E-02	1.24E-02	1.15E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	1.04E-08	1.69E-06	8.38E-05	1.59E-03
1.33E-02	5.52E-02	1.24E-01	1.58E-01	1.19E-01	5.46E-02	1.56E-02	2.85E-03	3.49E-04	8.83E-05
4.80E-04	2.17E-03	6.12E-03	1.16E-02	1.58E-02	1.72E-02	1.64E-02	1.50E-02	1.36F-02	1.25E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	2.02E-08	2.51E-06	1.05E-04
1.78E-03	1.38E-02	5.49E-02	1.20E-01	1.53E-01	1.16E-01	5.41E-02	1.59E-02	3.03E-03	3.89E-04
9.27E-05	4.62E-04	2.07F-03	5.87E-03	1.12E-02	1.55E-02	1.71E-02	1.64E-02	1.50E-02	1.36E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	3.61E-08	3.61E-06
1.29E-04	1.97E-03	1.43E-02	5.45E-02	1.17E-01	1.48E-01	1.13E-01	5.36E-02	1.62E-02	3.20E-03
4.32E-04	9.79E-05	4.46E-04	1.99E-03	5.64E-03	1.09E-02	1.52E-02	1.70E-02	1.64E-02	1.50E-02
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	6.21E-08
5.02E-06	1.56E-04	2.15E-03	1.47E-02	5.40E-02	1.14E-01	1.43E-01	1.10E-01	5.29E-02	1.64E-02
3.37E-03	4.76E-04	1.04E-04	4.31E-04	1.90E-03	5.42E-03	1.05E-02	1.49E-02	1.68E-02	1.64E-02
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	3.23E-10
1.02E-07	6.78E-06	1.85E-04	2.33E-03	1.50E-02	5.35E-02	1.11E-01	1.38E-01	1.07E-01	5.23E-02
1.67E-02	3.54E-03	5.21E-04	1.10E-04	4.18E-04	1.83E-03	5.22E-03	1.02E-02	1.47E-02	1.66E-02
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9.40E-10	1.57E-07	8.90E-06	2.15E-04	2.50E-03	1.53E-02	5.30E-02	1.08E-01	1.34E-01	1.04E-01
5.16E-02	1.68E-02	3.70E-03	5.68E-04	1.17E-04	4.06E-04	1.76E-03	5.04E-03	9.93E-03	1.44E-02
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	1.66E-09	2.35E-07	1.14E-05	2.47E-04	2.67E-03	1.56E-02	5.24E-02	1.05E-01	1.30E-01
1.01E-01	5.09E-02	1.70E-02	3.86E-03	8.17E-04	1.25E-04	3.96E-04	1.70E-03	4.86E-03	9.64E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	3.02E-09	3.39E-07	1.43E-05	2.80E-04	2.83E-03	1.59E-02	5.19E-02	1.03E-01
1.26E-01	9.84E-02	5.02E-02	1.71E-02	4.02E-03	6.66E-04	1.34E-04	3.86E-04	1.64E-03	4.69E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	5.17E-09	4.72E-07	1.75E-05	3.13E-04	2.99E-03	1.61E-02	5.13E-02
9.99E-02	1.22E-01	9.58E-02	4.95E-02	1.73E-02	4.17E-03	7.16E-04	1.43E-04	3.77E-04	1.58E-03
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	8.12E-09	6.36E-07	2.09E-05	3.47E-04	3.13E-03	1.63E-02
5.07E-02	9.73E-02	1.18E-01	9.32E-02	4.88E-02	1.74E-02	4.31E-03	7.67E-04	1.53E-04	3.69E-04
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	.00	0.00	1.27E-08	8.31E-07	2.46E-05	3.80E-04	3.26E-03
1.64E-02	5.00E-02	9.49E-02	1.15E-01	9.08E-02	4.81E-02	1.74E-02	4.45E-03	8.20E-04	1.63E-04

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	.00	0.00	7.18E-11	1.85E-08	1.05E-06	2.84F-05	4.12E-04
3.39E-03	1.65E-02	4.94E-02	9.26E-02	1.12E-01	8.85E-02	4.73E-02	1.75F-02	4.59E-03	8.73E-04

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	1.58E-10	2.58E-08	1.29E-06	3.23E-05
4.42E-04	3.51E-03	1.67E-02	4.88E-02	9.03E-02	1.08E-01	8.62E-02	4.66E-02	1.76E-02	4.72E-03

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	2.70E-10	3.42F-08	1.54E-06
3.60E-05	4.71E-04	3.62E-03	1.68E-02	4.62E-02	8.82E-02	1.05E-01	8.39E-02	4.59E-02	1.76E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	3.97F-10	4.31E-08
1.78E-06	3.95E-05	4.98E-04	3.72E-03	1.68E-02	4.76E-02	8.61E-02	1.02E-01	8.19F-02	4.53E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	4.87E-10
5.06E-08	1.99E-06	4.26E-05	5.23E-04	3.81E-03	1.69F-02	4.70F-02	8.41E-02	9.95E-02	7.99E-02

.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.00	0.00	0.00	0.00	0.00	.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4.06E-10	5.52E-08	2.14E-06	4.52E-05	5.46E-04	3.90E-03	1.70E-02	4.64E-02	8.22E-02	9.69E-02

An dieser Stelle möchte ich vor allem Herrn Prof. Dr. H.Lassen für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stets förderndes Interesse an ihrem Fortgang herzlich danken. Herrn Prof. Dr. W. Hink danke ich für seinen Rat und viele wertvolle Hinweise, die er mir zu jeder Zeit gewährt hat. Für die Diskussion und vielseitige Unterstützung bei den Messungen danke ich Herrn Dipl.-Phys. H. Jakschik vielmals.

Dem Hahn-Meitner-Institut, besonders Herrn Prof. Dr. K.Jaeckel und Herrn Dr. Winkler bin ich für die freundlichen Ratschläge, die Programmierung und für die Durchführung der Rechnung sehr zu Dank verpflichtet.

Nicht zuletzt möchte ich der Freien Universität Berlin danken, da sie mir die Durchführung der Doktorarbeit finanziell ermöglichte.

Auch den Kollegen und Angehörigen des I. Physikalischen Instituts möchte ich meinen Dank für ihre Freundlichkeit und Hilfsbereitschaft, die mir den Aufenthalt im Institut angenehm machte, abstatten.

Lebenslauf

Am 4. Februar 1938 wurde ich als Sohn des Regierungsbeamten Zahoor Ahmad Hashmi und seiner Frau Imtiasi Begum in Delhi geboren. Nach der Teilung Indiens flüchtete ich mit meiner Familie nach Karachi (Pakistan). Von 1947 bis 1952 besuchte ich die Pakistan-Central Govt. High School. 1952 bestand ich das High School Final Examination. Von 1952 bis 1954 studierte ich an dem D.J. Govt. Science College, Karachi bis zur Intermediate Science-Prüfung.

Im Jahre 1954 wurde ich als Student für das Hauptfach Physik und das Nebenfach Mathematik an der University of Karachi für das B.Sc. Honours Course zugelassen. Im Jahre 1957 bestand ich die B.Sc. (Honours) Prüfung mit II-Division (gut). Im August 1957 begann ich meine experimentelle Arbeit für den M.Sc. Titel. Das Thema der Arbeit war "Study of Cosmic Ray Flux over Karachi". Im Jahre 1958 bestand ich die Prüfung mit I-Division (sehr gut). Von November 1958 bis Oktober 1959 war ich als Demonstrator am Physikalischen Institut der University of Karachi tätig. Während meiner Tätigkeit an der Karachi University wurde ich für das Stipendium der Freien Universität Berlin gewählt.

Seit November 1959 war ich an dem I. Physikalischen Institut der Freien Universität Berlin bei Herrn Prof. Dr. H.Lassen als Doktorand beschäftigt.